

● REC

# 格点QCD与高阶电弱过程

冯旭（北大理论所）

邮箱：xu.feng@pku.edu.cn

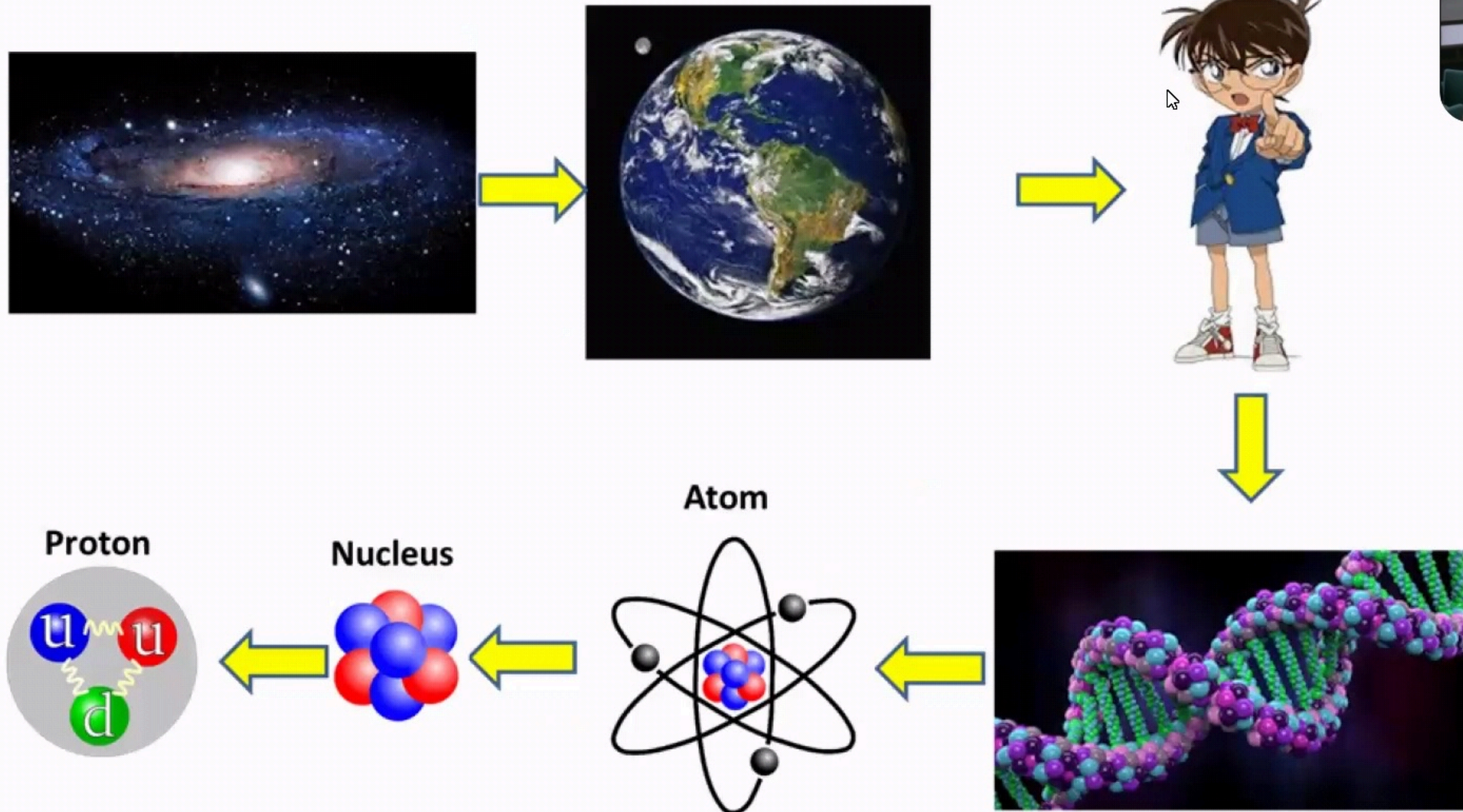


北京大学  
PEKING UNIVERSITY

高能物理研究所科技创新论坛，2021年9月30日



格物：探究物质的本源 致理：揭示物质相互作用背后的原理



## 高能碰撞实验

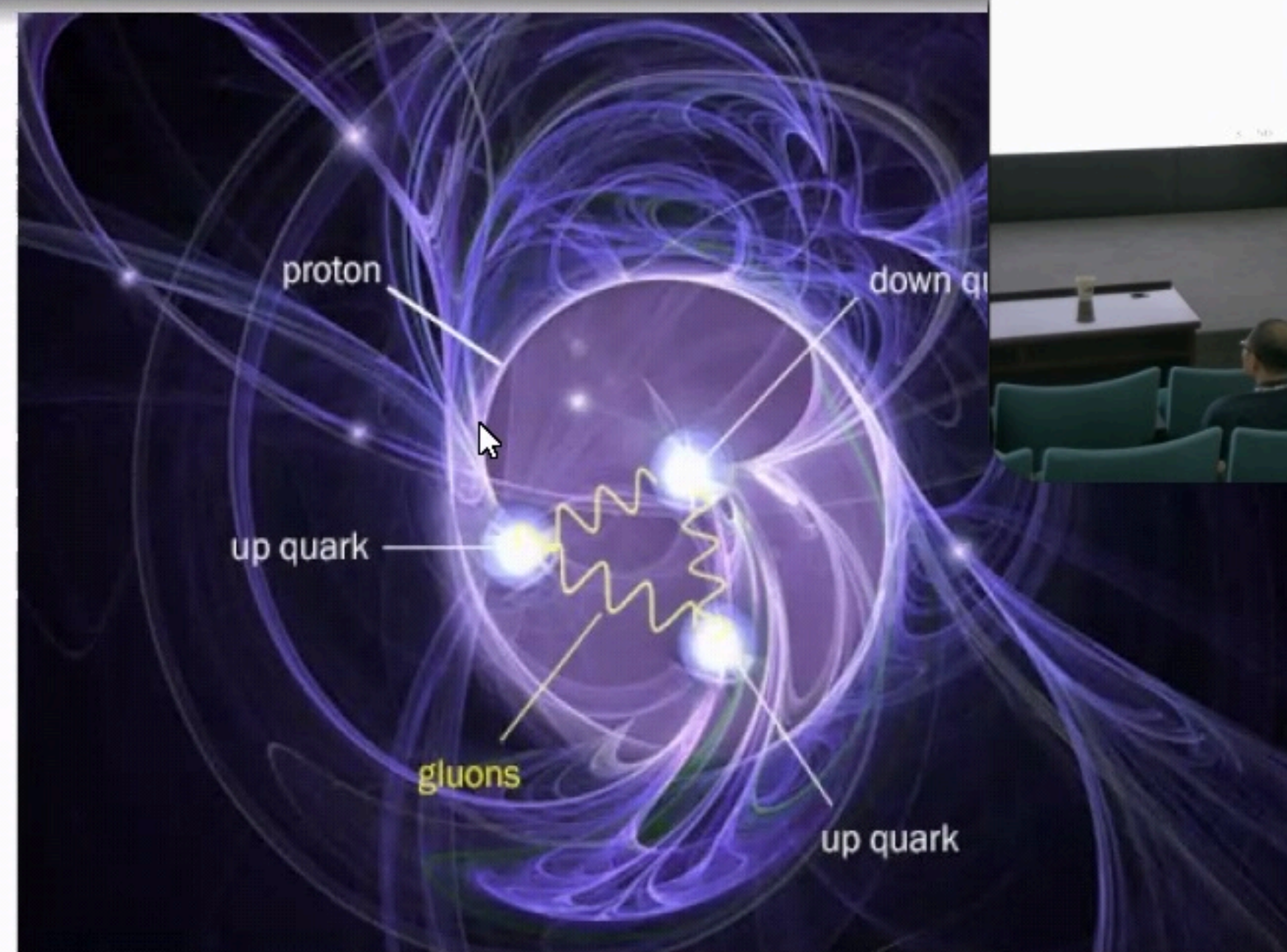
- 探索粒子内部结构的重要手段

测不准原理： $xp \sim h$

- 只有极高速度的电子才能深入到核子内部，探测核子的内部结构

1968，斯坦福直线加速中心进行了深度非弹性散射实验(1990年诺贝尔奖)

- 高速度的电子轰击原子核中的质子和中子
- 电子在核子内部被散射时，遭遇到的是类似电子的“点状粒子”→部分子
- 部分子是夸克、反夸克和胶子的统称，尺度  $< 10^{-18} \text{ m}$



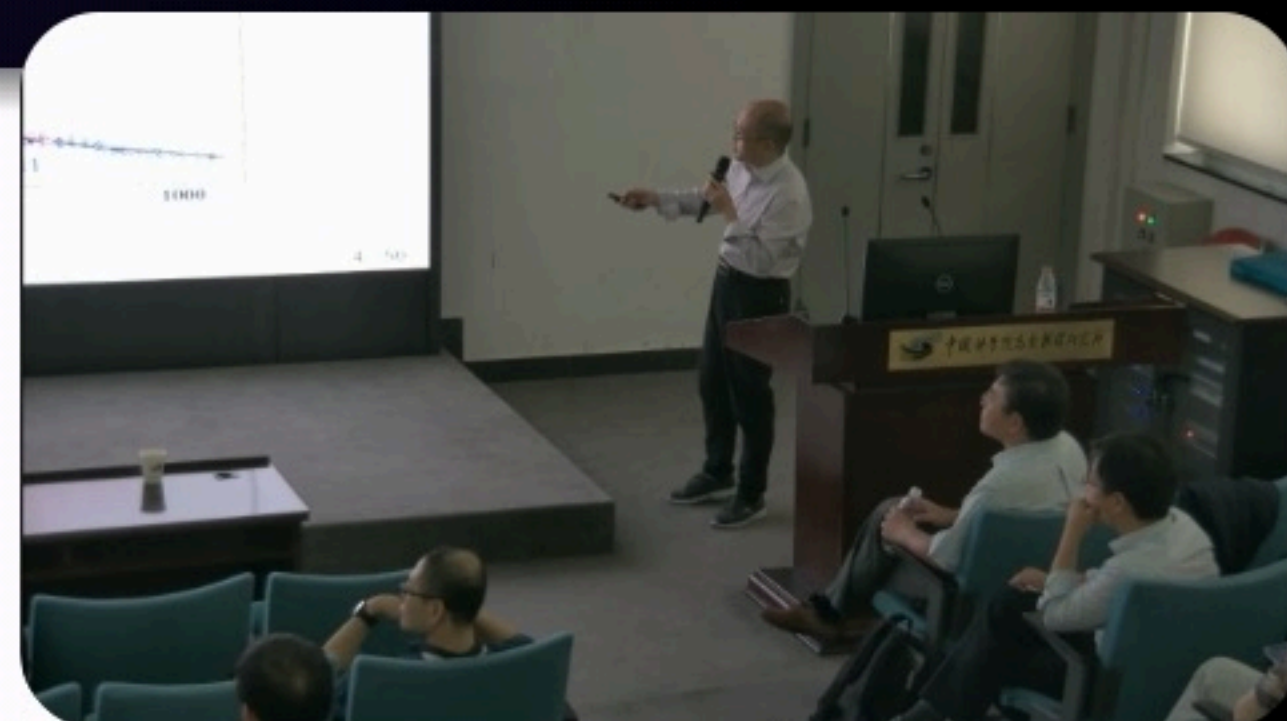
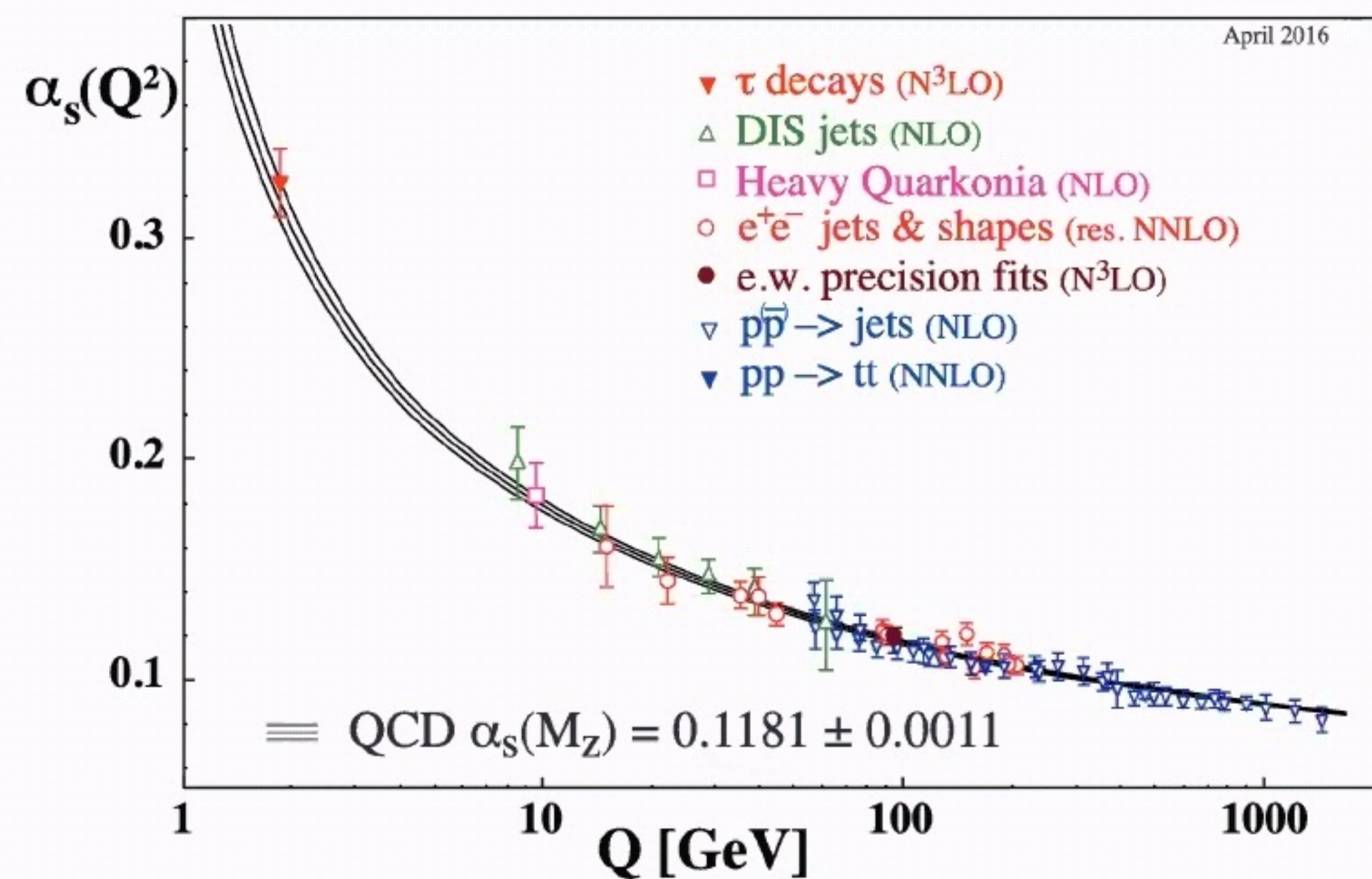
# 我们对核子究竟了解多少？

## 我们已经知道的

- 核子(质子和中子)有内部结构  $\Rightarrow$  夸克和胶子
- 夸克和胶子之间的强相互作用由基本理论  $\Leftarrow$  量子色动力学(QCD)

## 我们研究核子的性质和相互作用也存在很大的困难 $\Leftarrow$ QCD的两个特殊性质

- 渐近自由(2004年诺贝尔奖)  
 $\Rightarrow$  强相互作用在标高能下耦合常数很小，但在低能标时体现强非微扰特性
- 色禁闭  
 $\Rightarrow$  带单个色荷的夸克和胶子没办法从实验中分离出来



## 1974年诺贝尔奖获得者 K. G. Wilson 开创格点 QCD

- Wilson 的开山之作: Confinement of quarks, PRD 10 (1974) 2445

- 强相互作用耦合常数趋于无穷, 解析计算得到夸克间的势能随距离增加线性增长



K. G. Wilson



PHYSICAL REVIEW D

VOLUME 10, NUMBER 8

15 OCTOBER 1974

### Confinement of quarks\*

Kenneth G. Wilson

*Laboratory of Nuclear Studies, Cornell University, Ithaca, New York 14850*

(Received 12 June 1974)

A mechanism for total confinement of quarks, similar to that of Schwinger, is defined which requires the existence of Abelian or non-Abelian gauge fields. It is shown how to quantize a gauge field theory on a discrete lattice in Euclidean space-time, preserving exact gauge invariance and treating the gauge fields as angular variables (which makes a gauge-fixing term unnecessary). The lattice gauge theory has a computable strong-coupling limit; in this limit the binding mechanism applies and there are no free quarks. There is unfortunately no Lorentz (or Euclidean) invariance in the strong-coupling limit. The strong-coupling expansion involves sums over all quark paths and sums over all surfaces (on the lattice) joining quark paths. This structure is reminiscent of relativistic string models of hadrons.

● REC



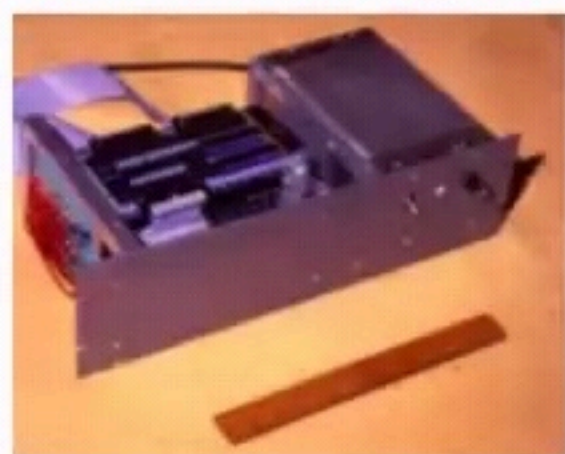
# 格点QCD简介



# 格点 QCD ~50 年

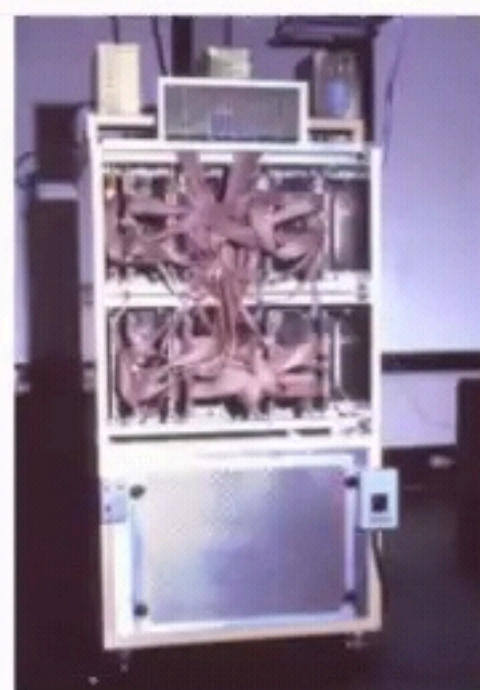
- 最早由诺贝尔奖获得者 Kenneth G. Wilson 在 1974 年提出
- 计算机上的第一个数值计算由 M. Creutz 在 1979 年实现
- QCD 超级计算机 1983 - 2011

Matrix Multiplier



1Mflops 1983

16-Node



256 Mflops 1985

64-Node



1.0 Gflops 1987

256-Node



16 Gflops 1989

QCDSF



600 Gflops 1998

QCDOC

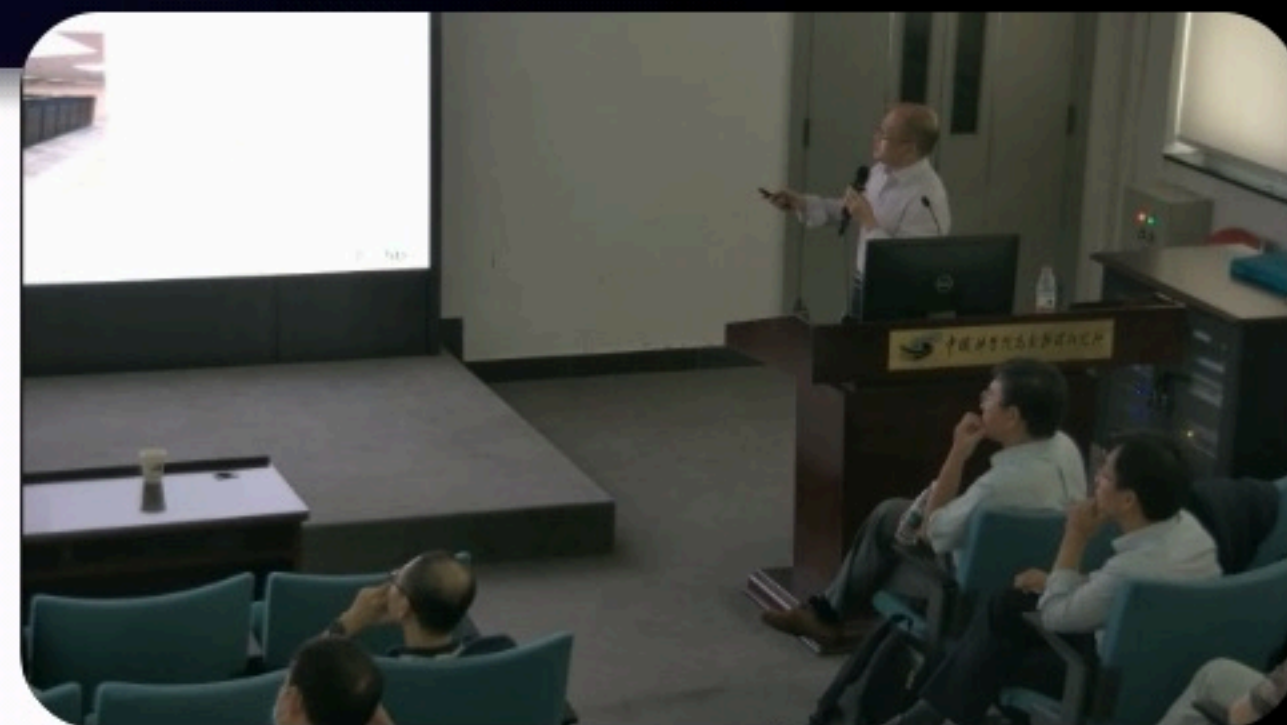


20 Tflops 2005

LLNL Sequoia, IBM



20 Pflops 2011



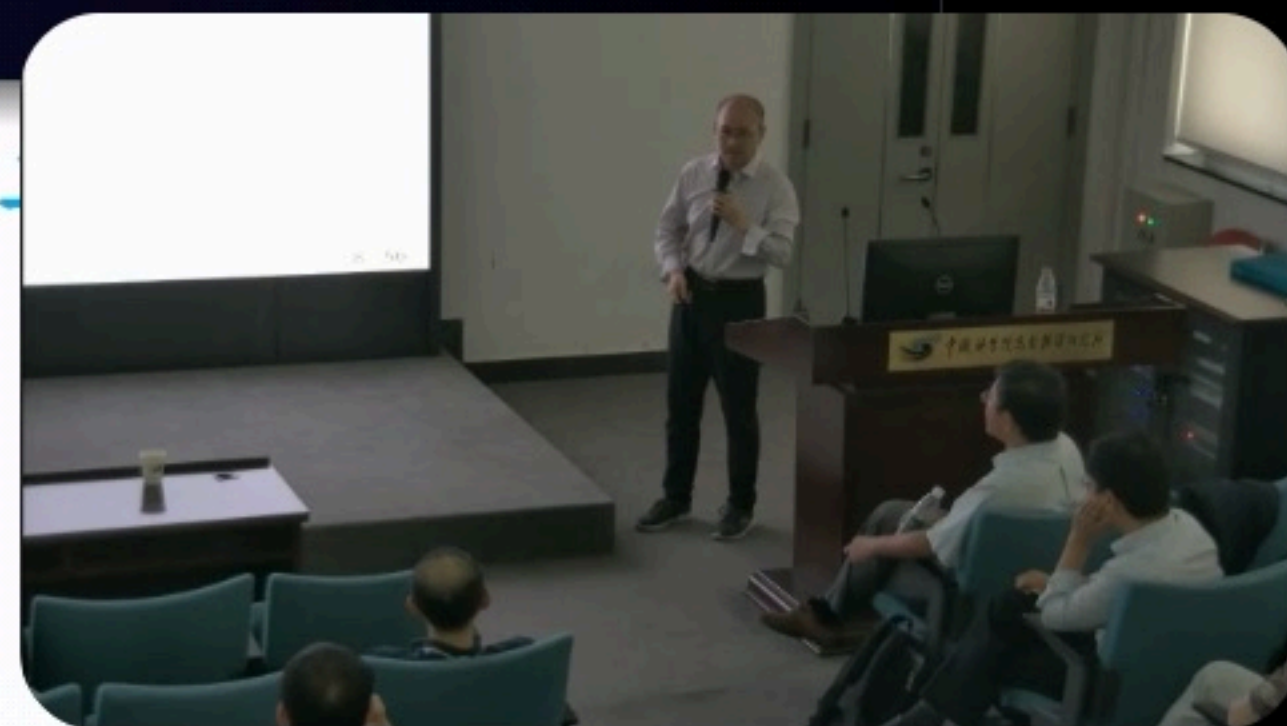
# 大国重器——中国的超级计算机

我国的神威•太湖之光在世界超级计算机500强中排名第4(曾4次蝉联冠军); 天河-第7(曾6次蝉联冠军)



计算速度达到  
每秒  $0.93 \cdot 10^{17}$   
次浮点运算

计算速度达到  
每秒  $0.34 \cdot 10^{17}$   
次浮点运算



REC

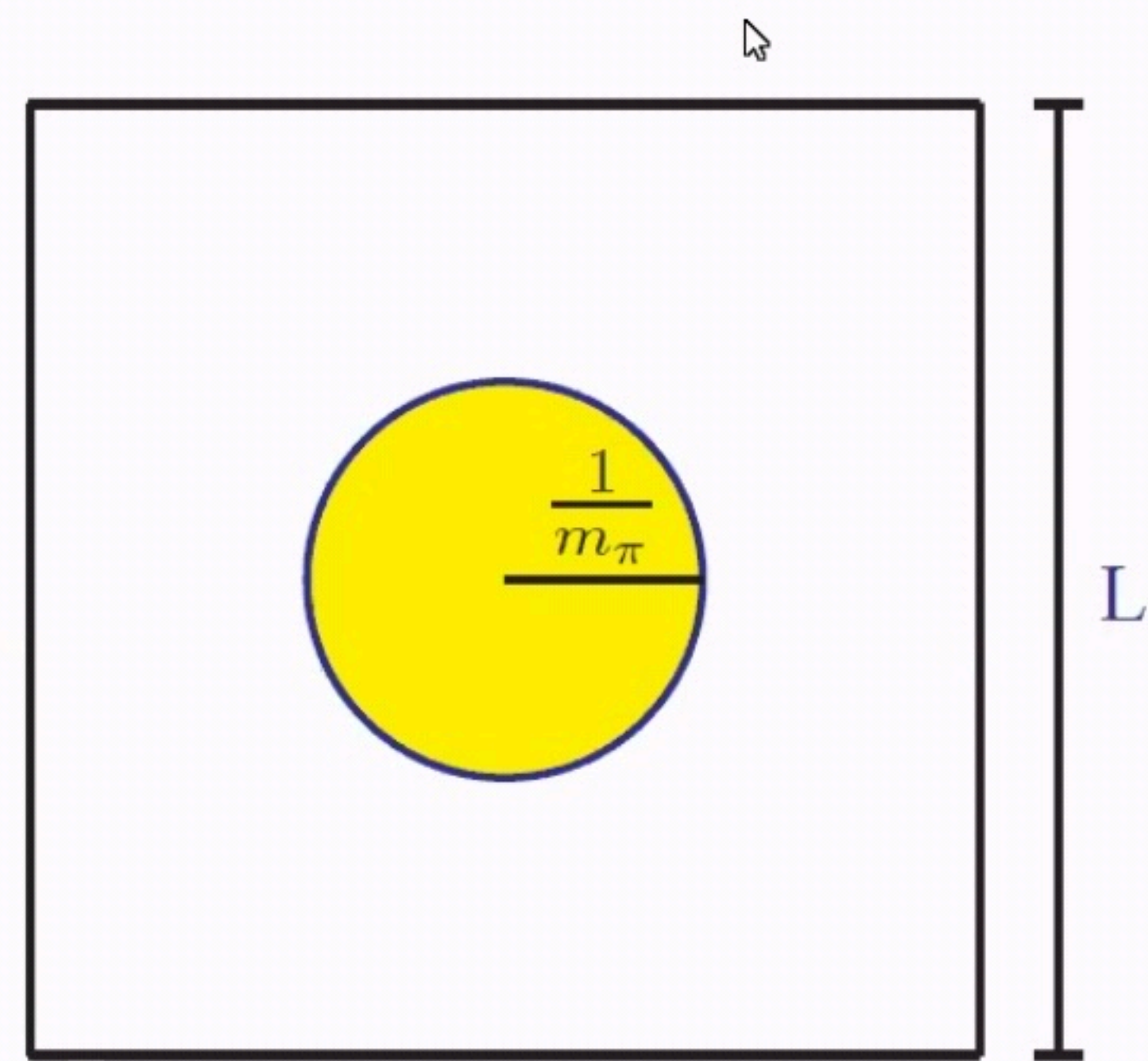
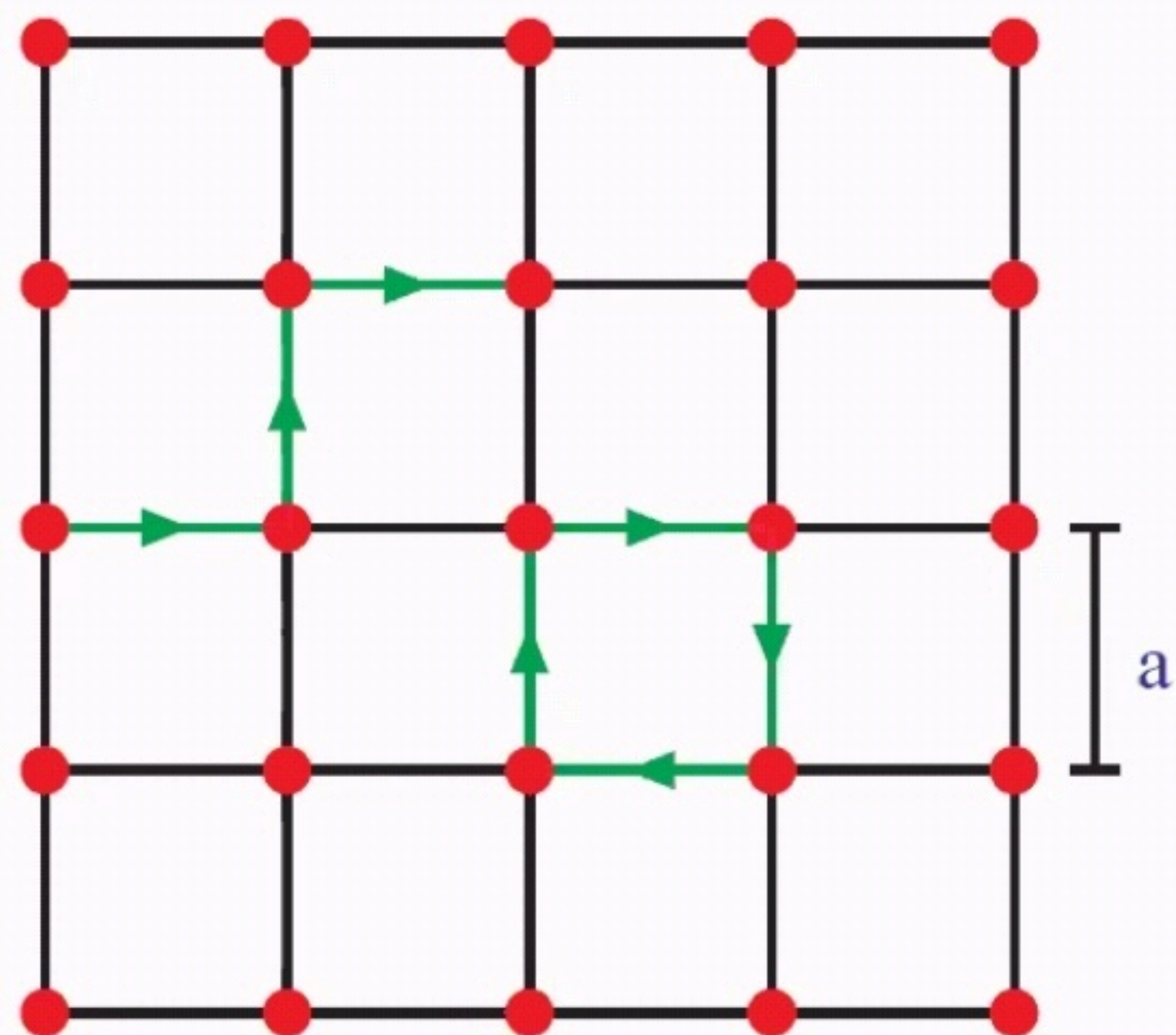


# 格子上的 QCD

REC

## QCD 格点离散化

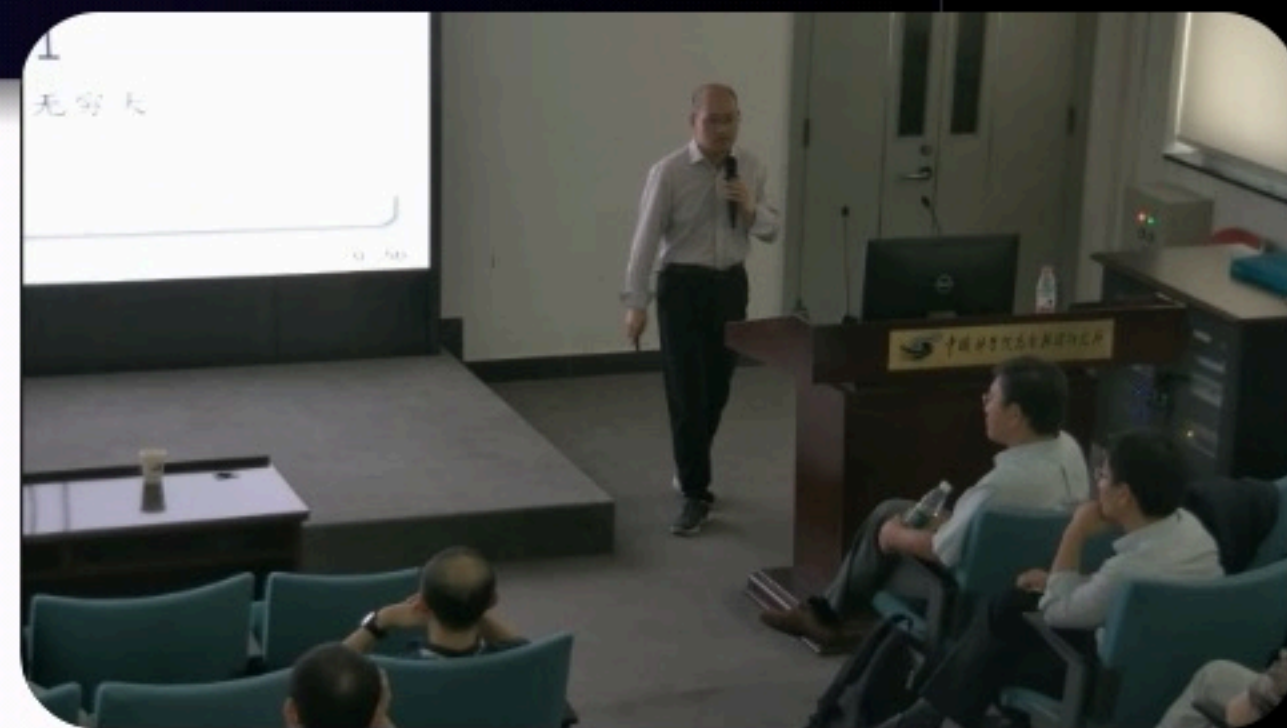
- 夸克场位于格点上,  $\psi(x)$ ,  $x_\mu = n_\mu a$
- 胶子场由格点之间的链接来表示  $U_\mu(x) = e^{iagA_\mu(x)}$



计算机只能模拟有限的自由度  $\Rightarrow$  格距 $a$ 不能是无穷小, 格子长度 $L$ 不能是无穷大

- 考虑 $32^3 \times 64 \sim 2 \times 10^6$ 的时空格点, 路径积分对应于2百万维的积分

需要通过蒙特卡洛数值模拟来实现



● REC

## 高能实验

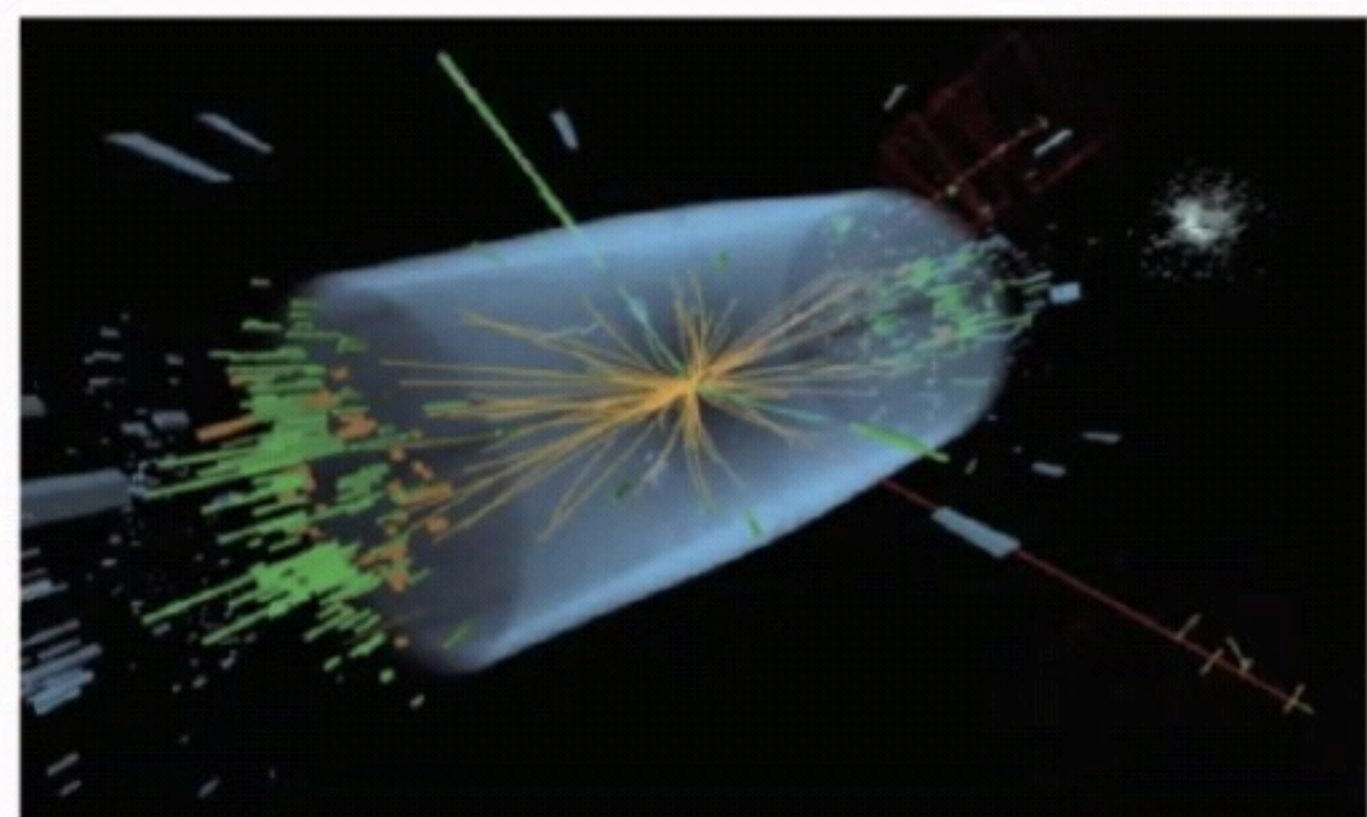


北京正负电子撞机(能量、亮度)

## 格点量子色动力学



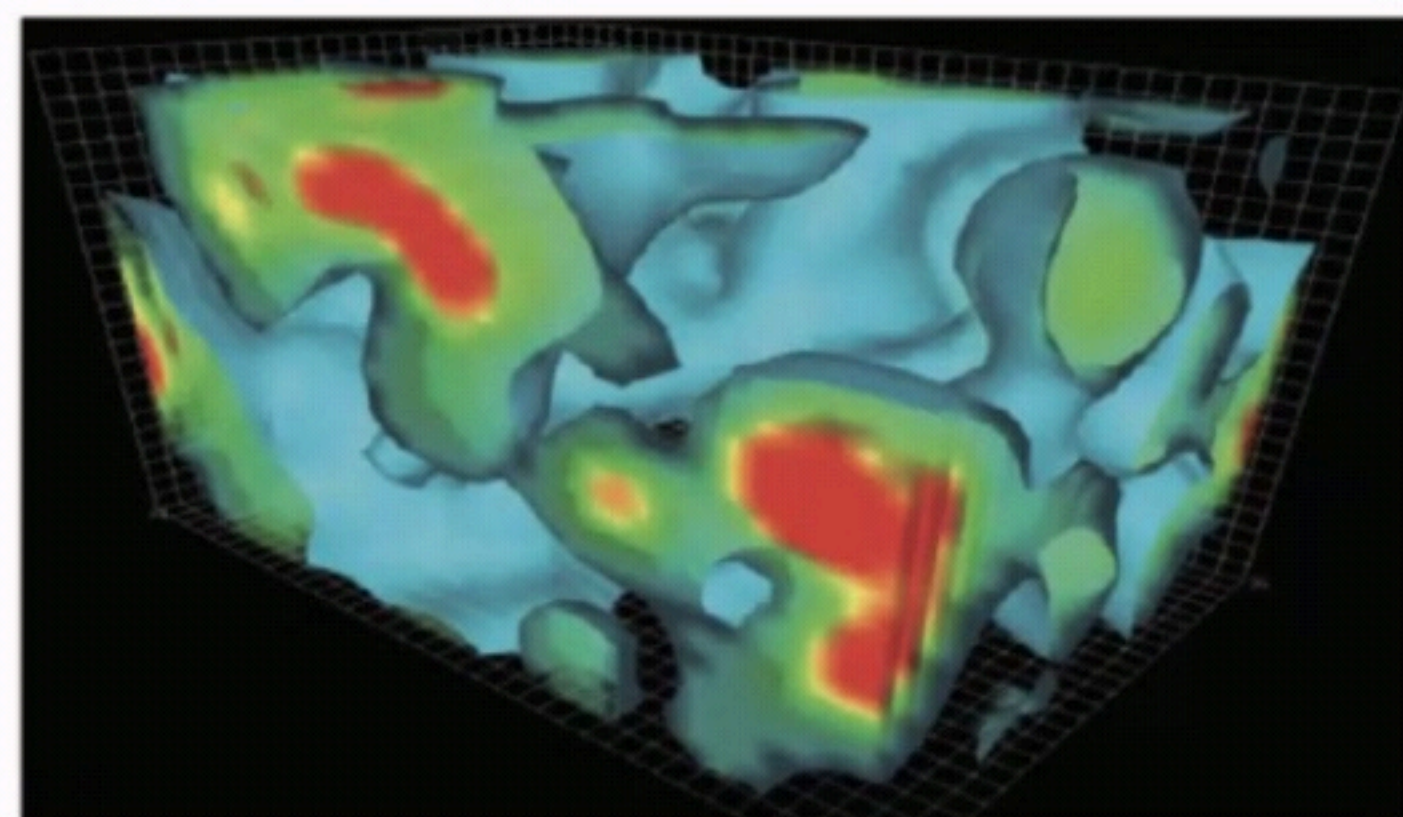
天河三号原型机(计算速度、内存大小)



对撞产生新的粒子



探测器进行测量



格点模拟产生QCD真空

格点计算关联子数

# 低能强子谱

## 格点QCD的发展主要依靠

- 超算的发展

- 算法的改进

- 格点 QCD 研究

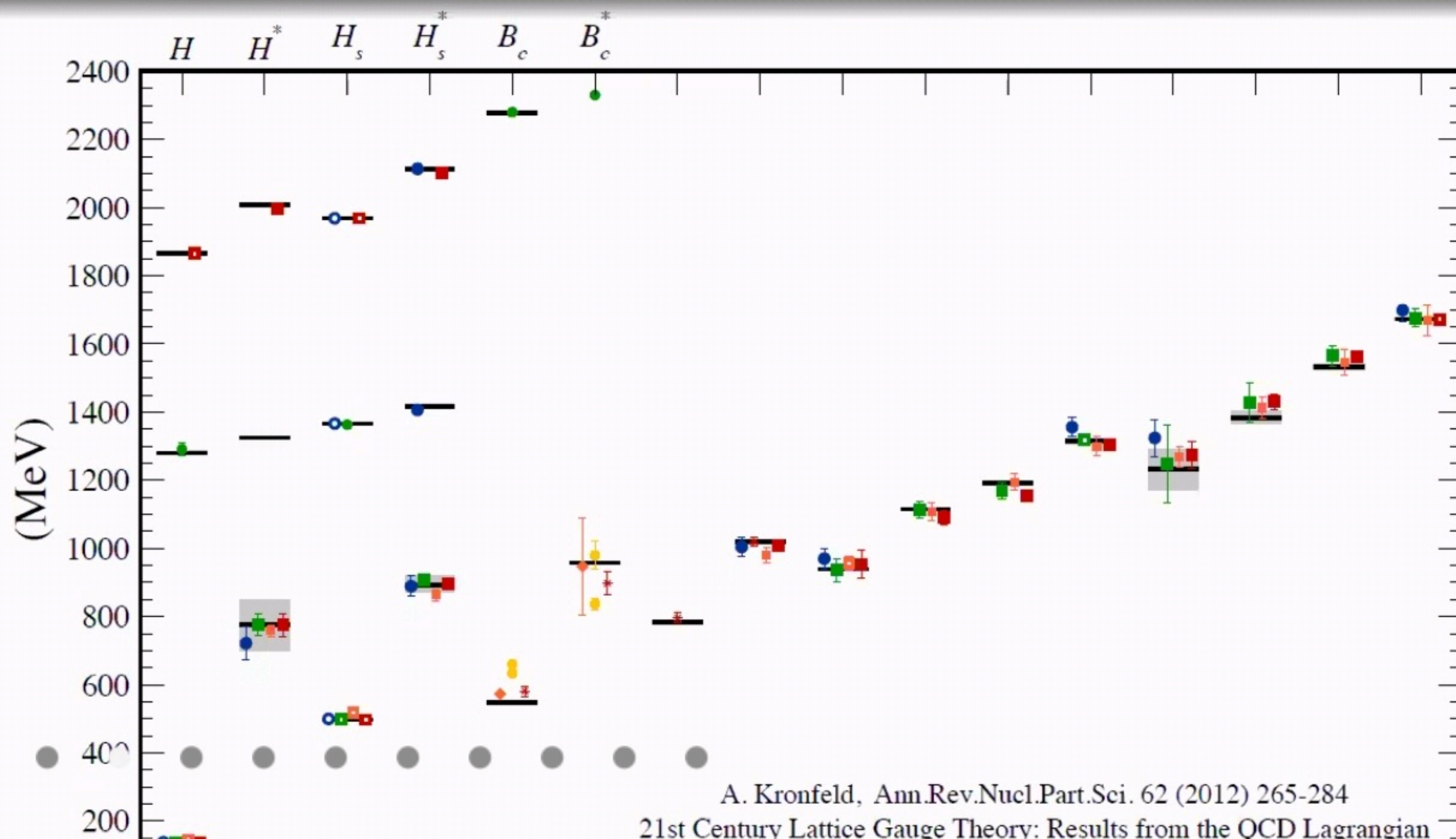
进入到 2000 年以后

淬火近似(不含海夸克)  $\Rightarrow$  full QCD 模拟( $N_f = 2, 2 + 1$ )  $\Rightarrow$  物理点模拟(物理的夸克质量)

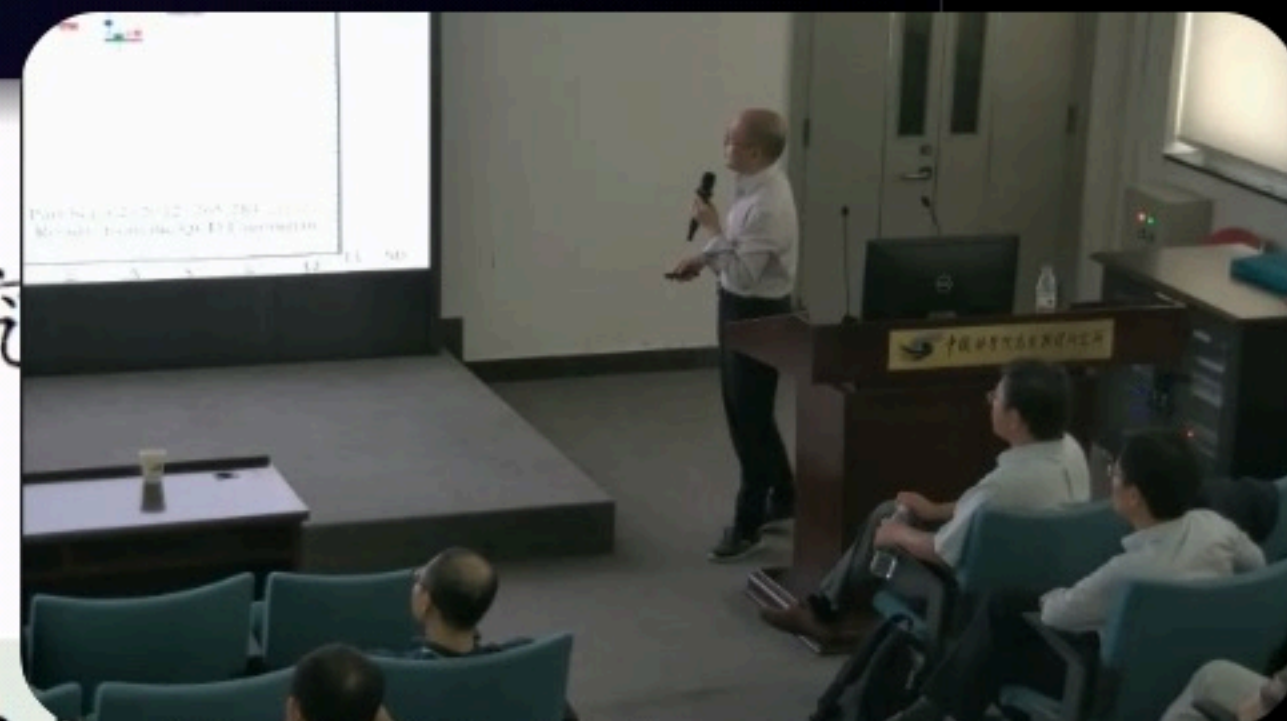
输入：标准模型基本参数

$\alpha_s$ , quark mass

输出：低能强子谱 vs 实验



A. Kronfeld, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 62 (2012) 265-284  
21st Century Lattice Gauge Theory: Results from the QCD Lagrangian



REC

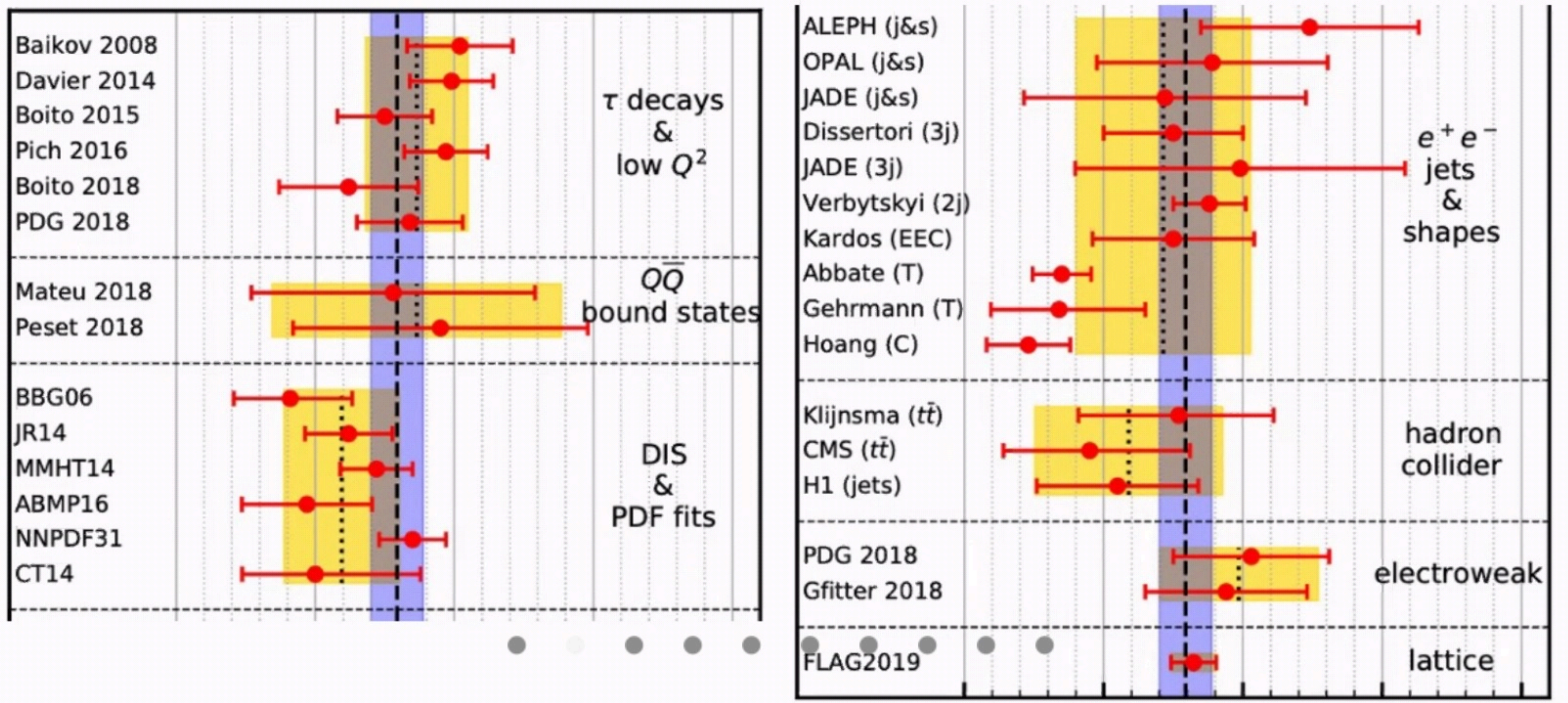
主会场214的屏幕

# 强相互作用耦合常数

高能区的深度非弹实验与微扰 QCD 印证  $\Rightarrow$  揭示了 QCD 是强相互作用背后最基本的

低能区的强子谱和强子结构与非微扰格点 QCD 的印证实际上起到了同样的

格点 QCD 给出了目前最为精确的强相互作用耦合常数



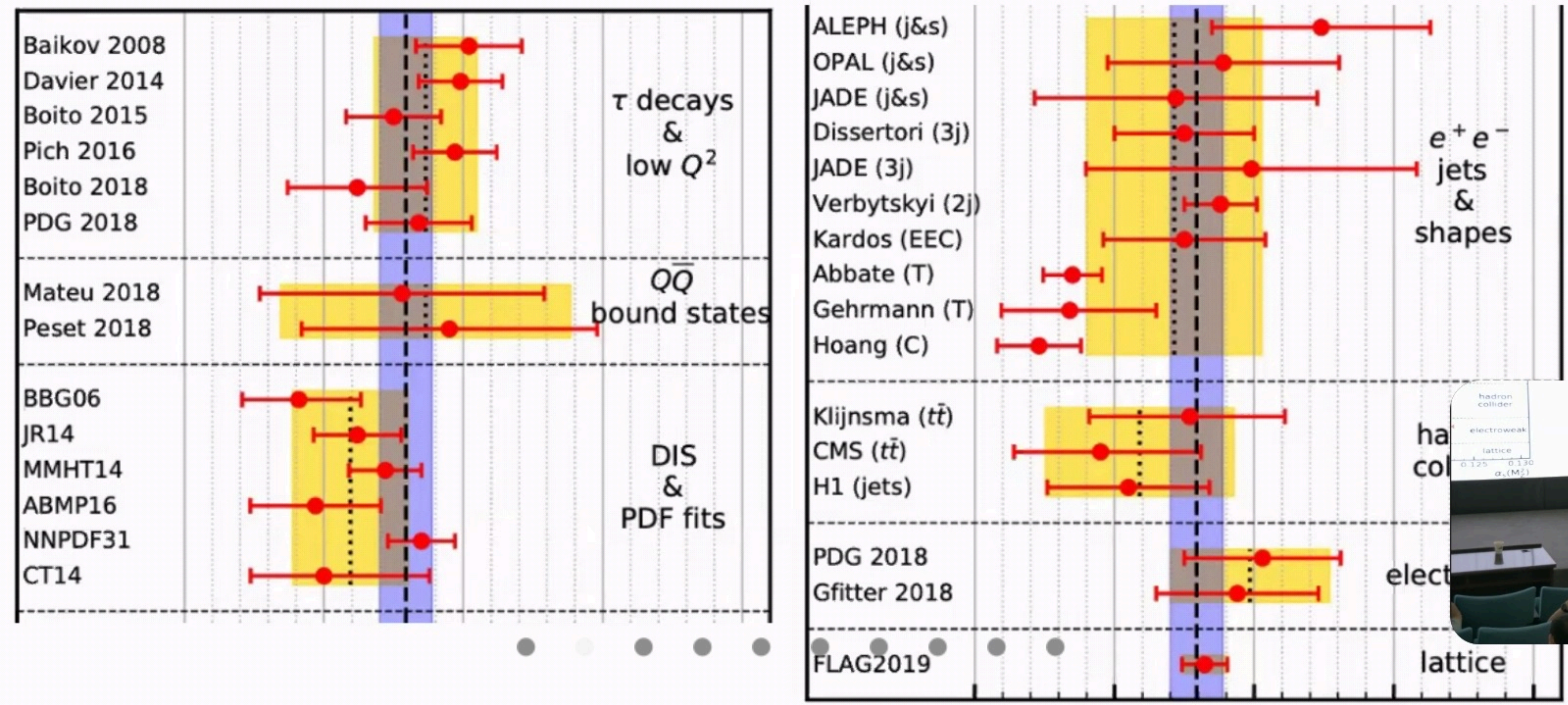
# 强相互作用耦合常数

REC

高能区的深度非弹实验与微扰 QCD 印证  $\Rightarrow$  揭示了 QCD 是强相互作用背后最基本的理论

低能区的强子谱和强子结构与非微扰格点 QCD 的印证实际上起到了同样的作用

格点 QCD 给出了目前最为精确的强相互作用耦合常数



主会场214的屏幕

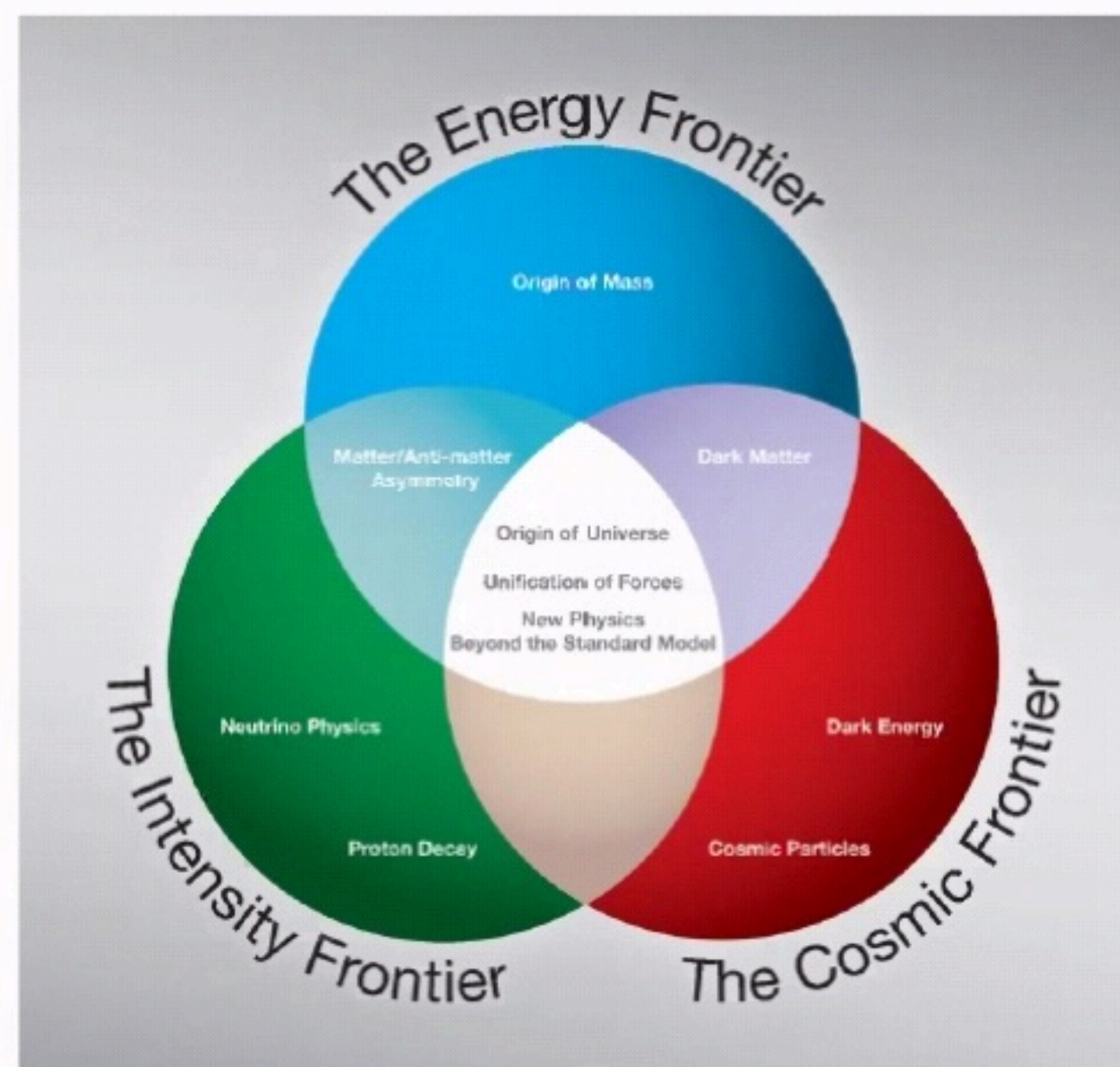


● REC

# 用超级计算机寻找标准模型以外的新物理



三个前沿领域来寻找标准模型以外新物理



- **宇宙学前沿 (Cosmic frontier)**

⇒ 直接通过天文和宇宙学手段探测宇宙中产生的暗物质、暗能量和宇宙中产生的新粒子

- **高能量前沿 (High-energy frontier)**

⇒ 增加对撞机能量，直接产生新粒子

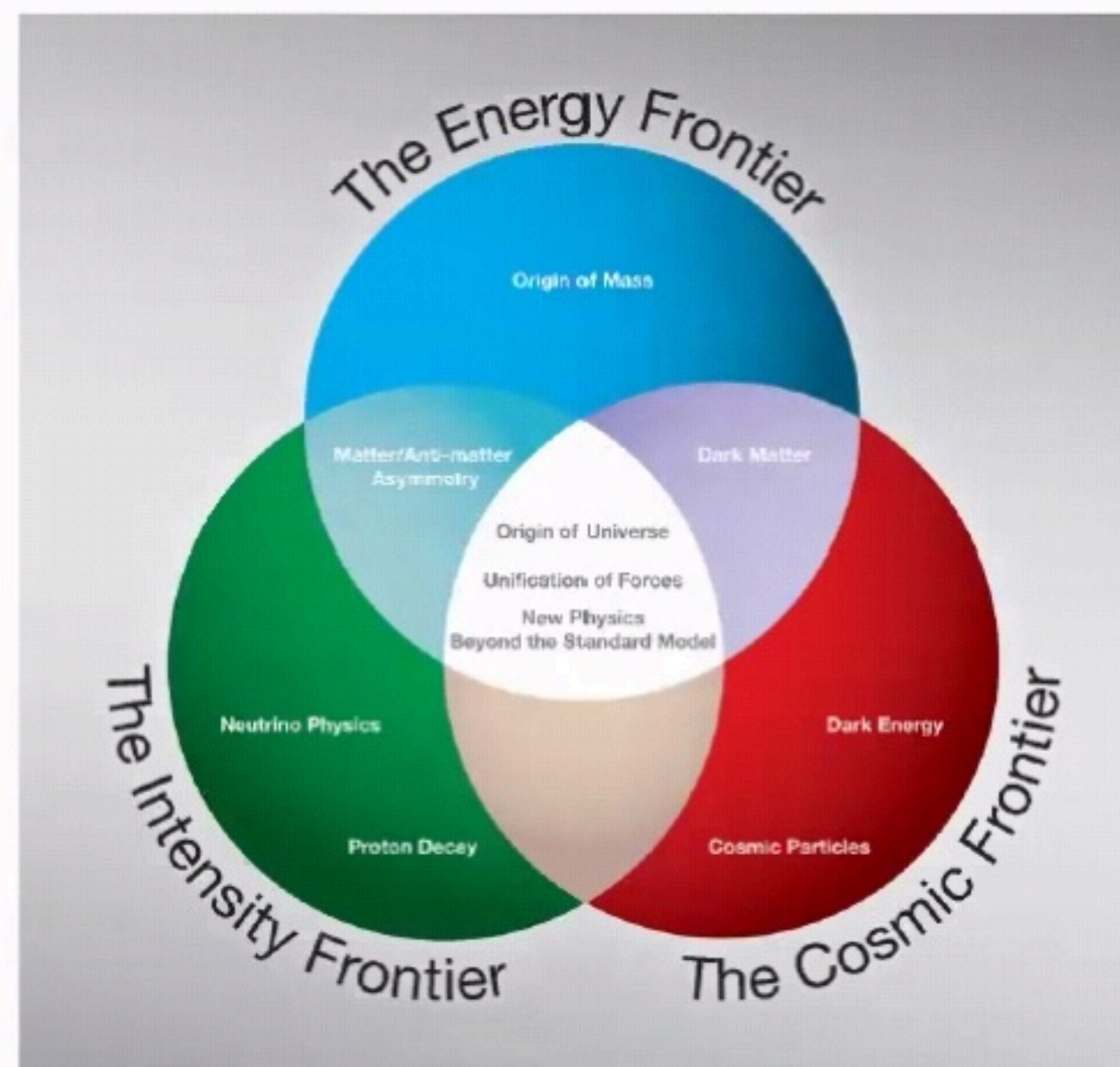
- **高精度前沿 (High-intensity frontier)**

⇒ 精确测量一些稀有、高阶电弱、甚至被禁制的过程，寻找实验与标准模型理论

需要我们从标准模型出发，做出高精度预言



三个前沿领域来寻找标准模型以外新物理



- **宇宙学前沿 (Cosmic frontier)**  
⇒ 直接通过天文和宇宙学手段探测宇宙中产生的暗物质、暗能量和宇宙中产生的新粒子
- **高能量前沿 (High-energy frontier)**  
⇒ 增加对撞机能量，直接产生新粒子
- **高精度前沿 (High-intensity frontier)**  
⇒ 精确测量一些稀有、高阶电弱、甚至被禁制的过程，寻找实验与标准模型理论预言的差别

需要我们从标准模型出发，做出高精度预言





标准模型 = 量子色动力学(QCD) + 电弱统一理论

- 电弱统一理论

- ▶ 描述了弱相互作用和电磁相互作用
- ▶ 能够通过微扰计算得到

- QCD

- ▶ 描述夸克和胶子之间的相互作用
- ▶ 色禁闭和耦合常数跑动  $\Rightarrow$  在大尺度、低能标下，夸克和胶子之间的相互作用很强  $\Rightarrow$  微扰论失效了

标准模型的精确预言，往往需要低能QCD效应的精确确定



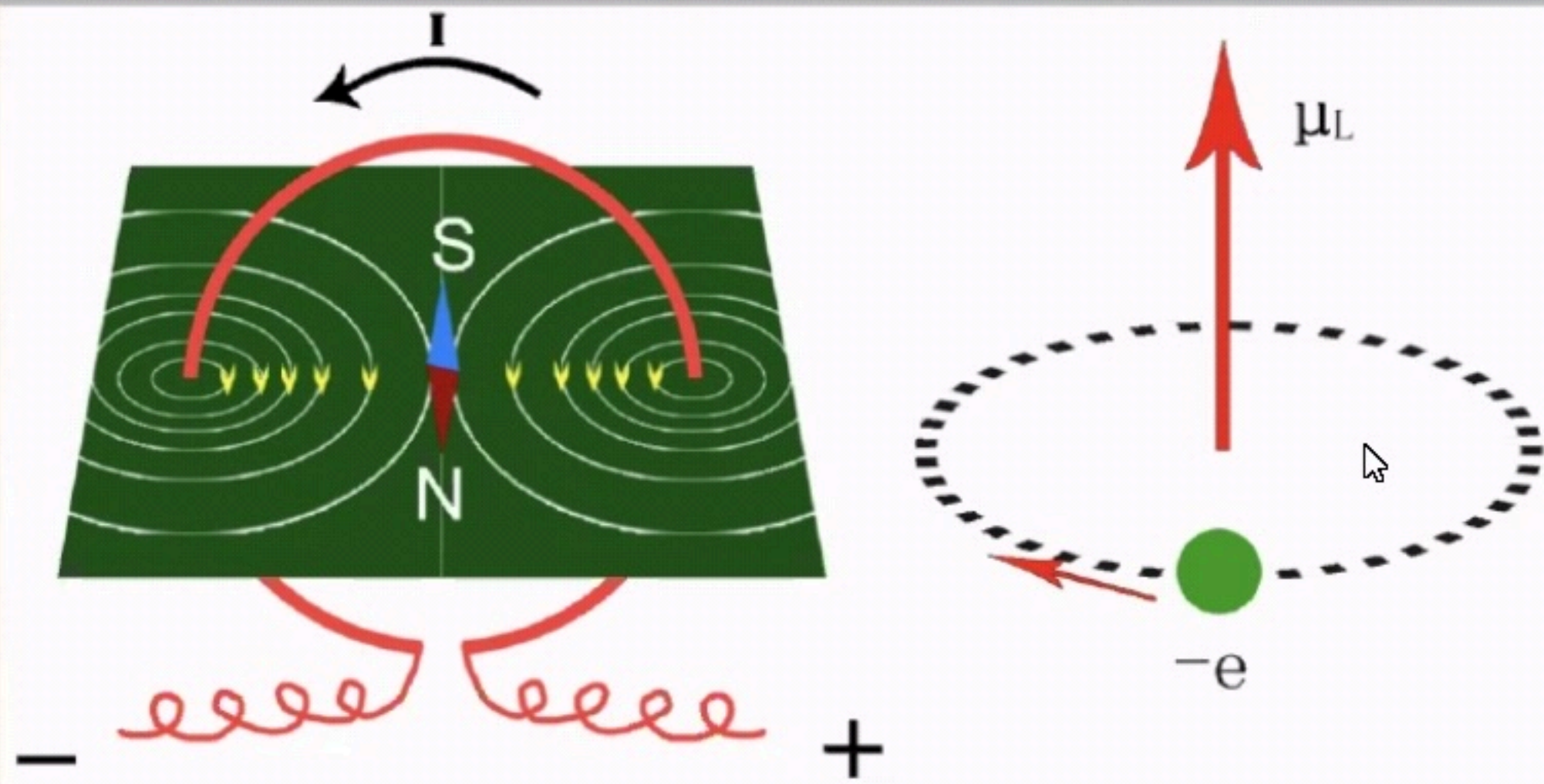
● REC



# 缪子反常磁矩 $\mu\text{on } g-2$



# 环形电流与磁矩



- 通电线圈与磁矩 - (安培实验, 1820)

$$\mu = I \cdot S$$

- 环形电流

$$I = \frac{e}{T}, \quad T = \frac{2\pi R}{v}, \quad S = \pi R^2 \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{1}{2} Rev$$

- 角动量

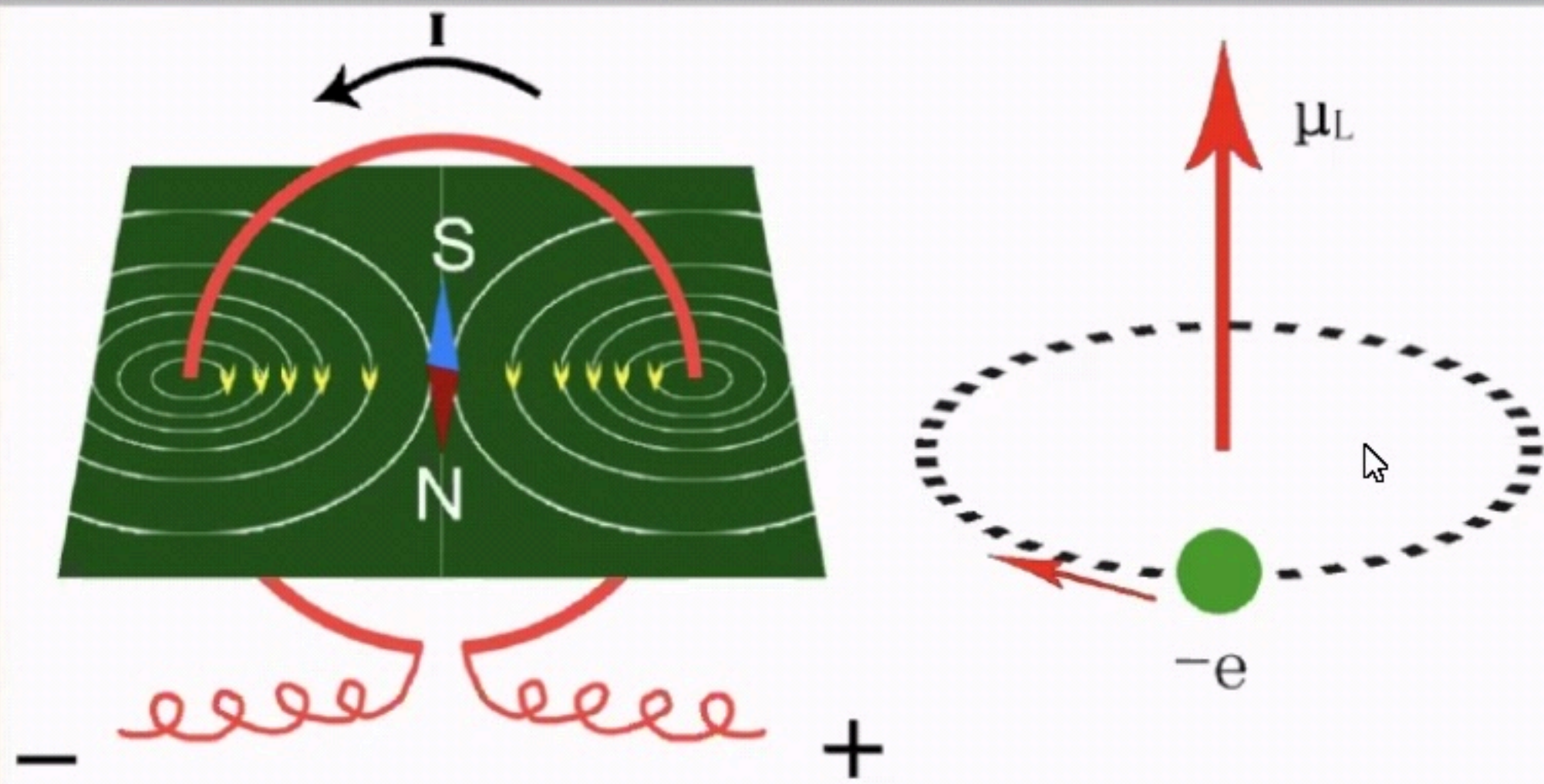
$$L = Rmv$$

- 磁矩  $\mu$  与角动量  $L$  之间的关系

$$\mu = g \frac{e}{2m} L$$

引入无量纲的系数  $g = 1$ , 被称为朗德因子(Landé g factor)

# 环形电流与磁矩



- 通电线圈与磁矩 - (安培实验, 1820)

$$\mu = I \cdot S$$

- 环形电流

$$I = \frac{e}{T}, \quad T = \frac{2\pi R}{v}, \quad S = \pi R^2 \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{1}{2} Rev$$

- 角动量

$$L = Rmv$$

- 磁矩  $\mu$  与角动量  $L$  之间的关系

$$\mu = g \frac{e}{2m} L$$

引入无量纲的系数  $g = 1$ , 被称为朗德因子(Landé g factor)

# 电子反常磁矩

- 一个质量为 $m$ ，电荷为 $e$ ，自旋为 $s$ 的电子所带的磁矩 $\mu$ 正比于 $(e/2m)s$

$$\mu = g_e \frac{e}{2m} s$$

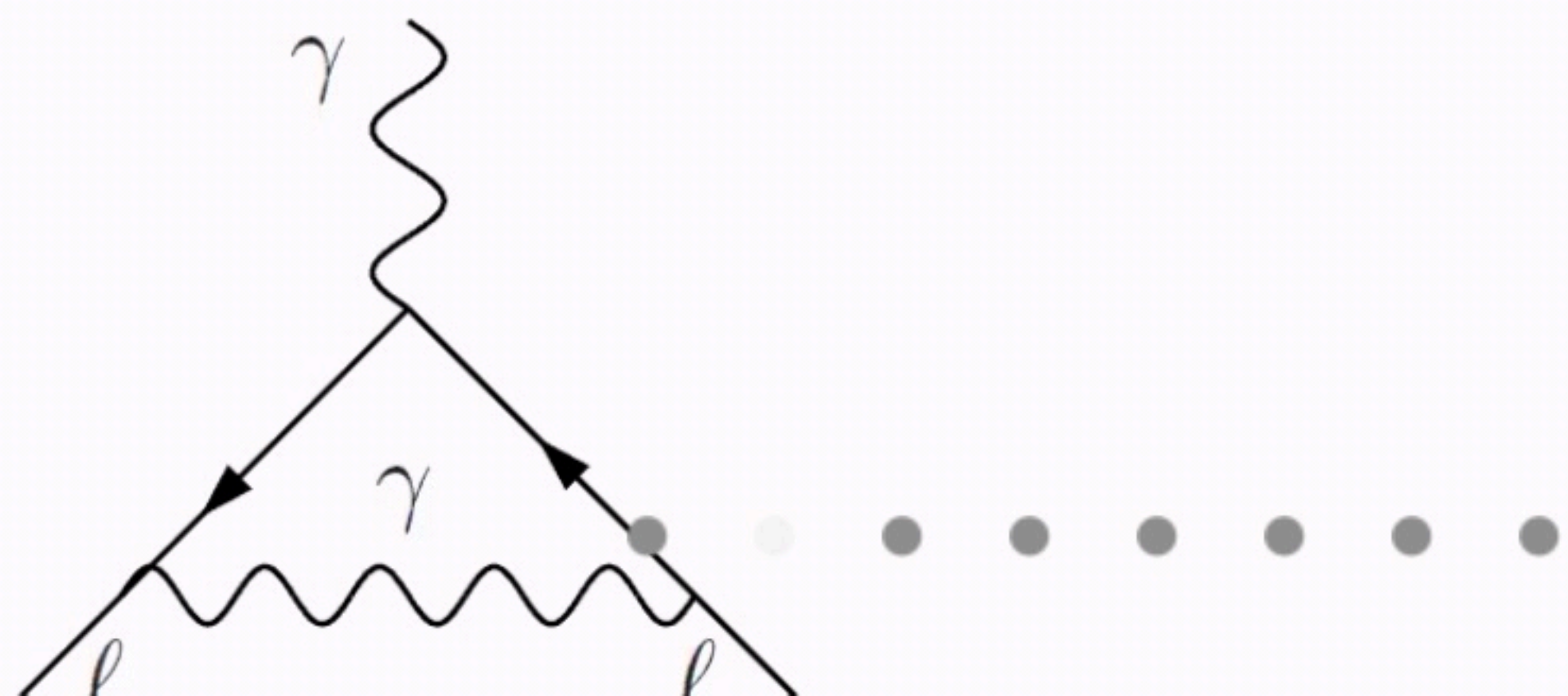
这里的因子 $g$ 叫做Landé  $g$ -因子。狄拉克理论告诉我们 $g = 2$

- 考虑量子涨落，电子磁矩存在反常

$$a_e = \frac{g_e - 2}{2} \neq 0$$

反常磁矩的最大贡献来源于带电粒子与电磁场相互作用，由量子电动力学(QED)描述

$$a_e \approx \frac{\alpha}{2\pi} \approx 0.00116$$



REC

# 电子反常磁矩奠定了QED

## 实验测量值

$$a_e^{\text{exp}} = 0.001\,159\,652\,180\,73 \pm (0.28 \times 10^{-12})$$

## 理论(QED)预言值

$$a_e^{\text{th}} = 0.001\,159\,652\,181\,66 \pm (0.76 \times 10^{-12})$$

实验和理论匹配到小数点后12位，强有力地支持了QED理论



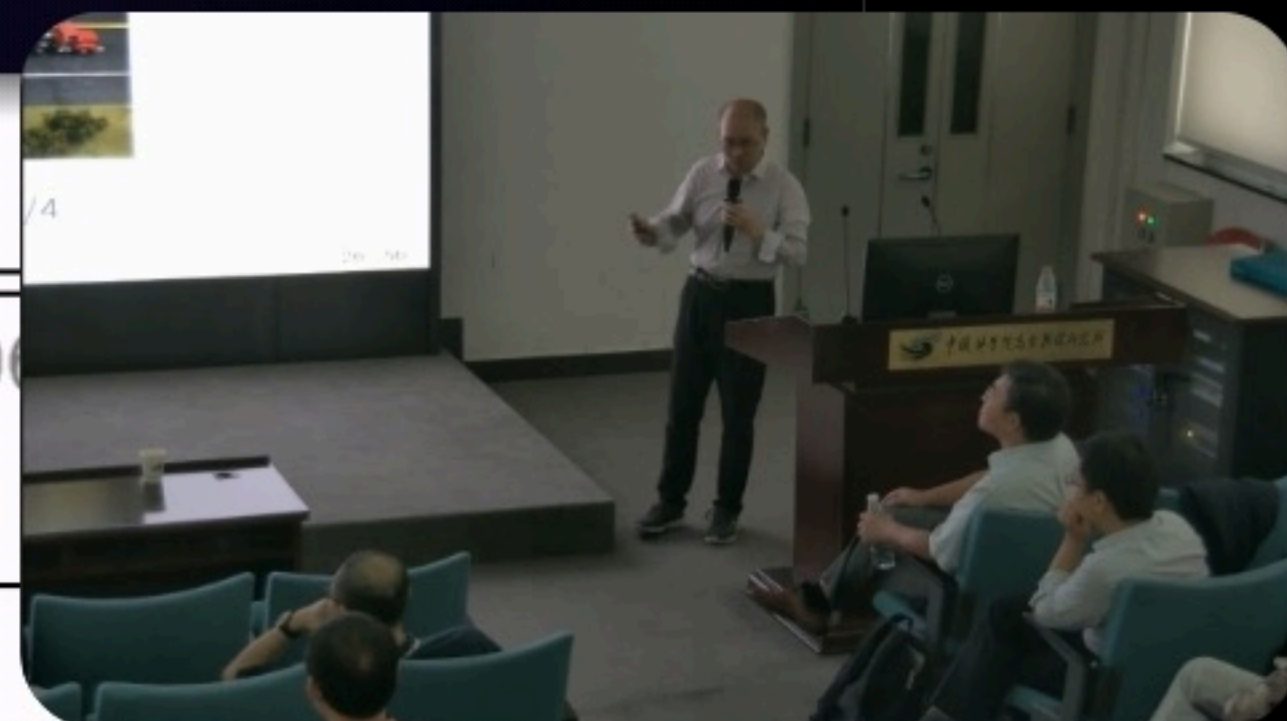
朝永振一郎、Julia Schwinger、Richard Feynman 因建立QED而获得1965年诺贝尔奖



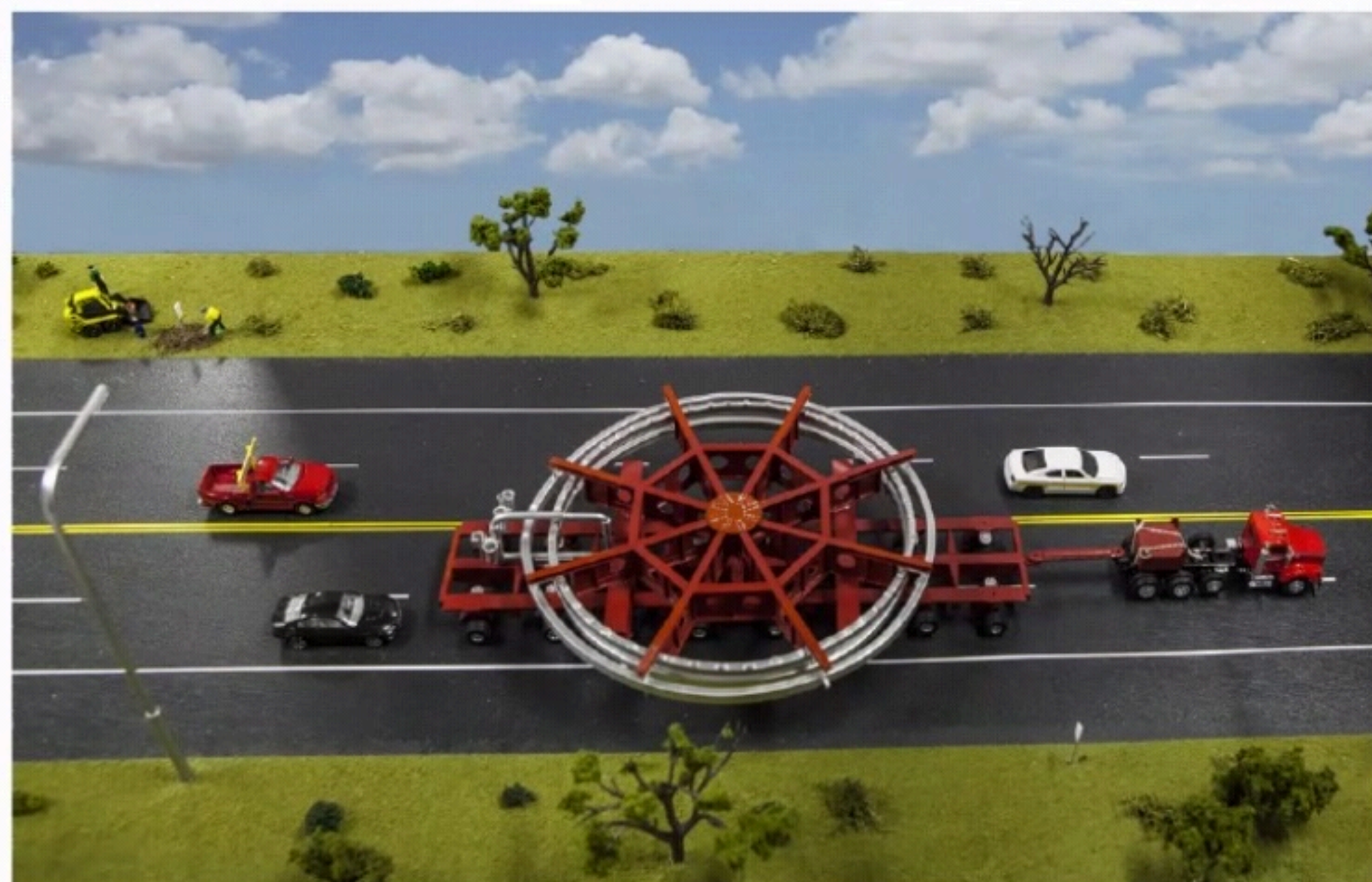
# 缪子反常磁矩

## BNL实验测量与标准模型理论预言偏差3.7个标准差

BNL Exp. [0.54 ppm]	$a_{\mu}^{\text{exp}} = 116592080(63) \times 10^{-11}$	Muon g-2, PRD 2006
SM Total [0.32 ppm]	$a_{\mu}^{\text{SM}} = 116591810(43) \times 10^{-11}$	White paper 2020
Deviation [3.7 $\sigma$ ]	$a_{\mu}^{\text{exp}} - a_{\mu}^{\text{SM}} = 279(76) \times 10^{-11}$	

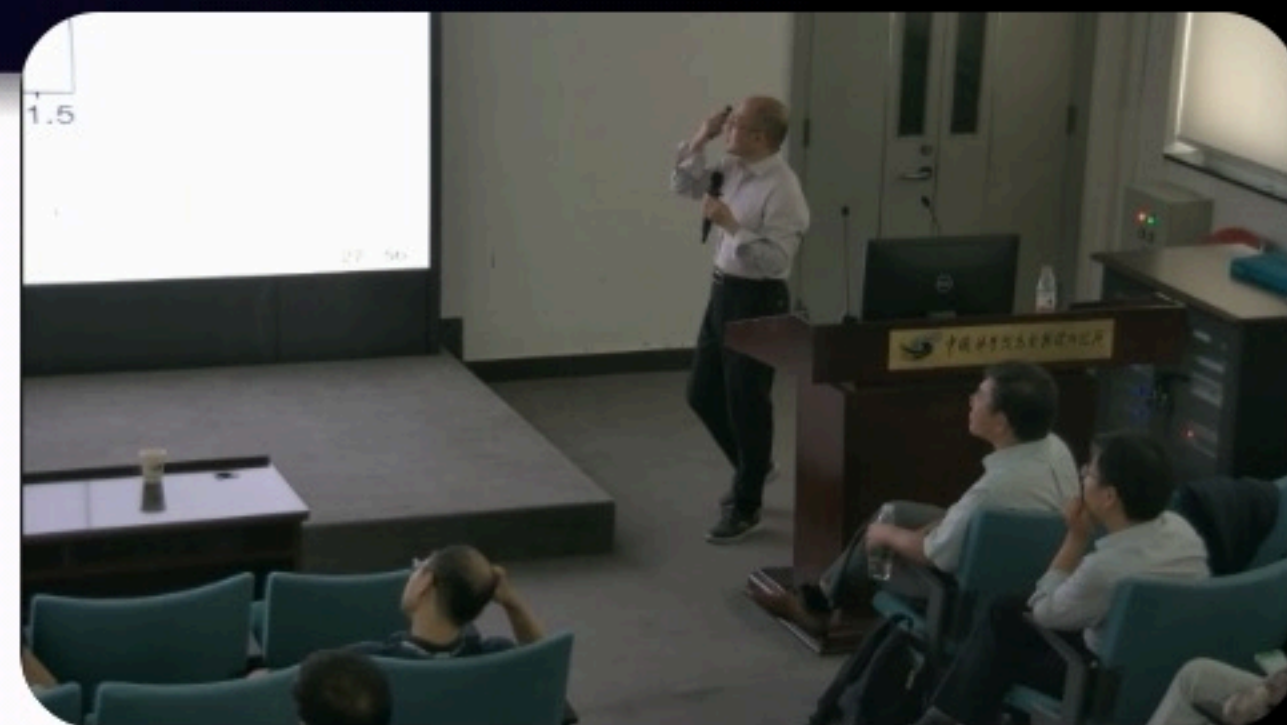
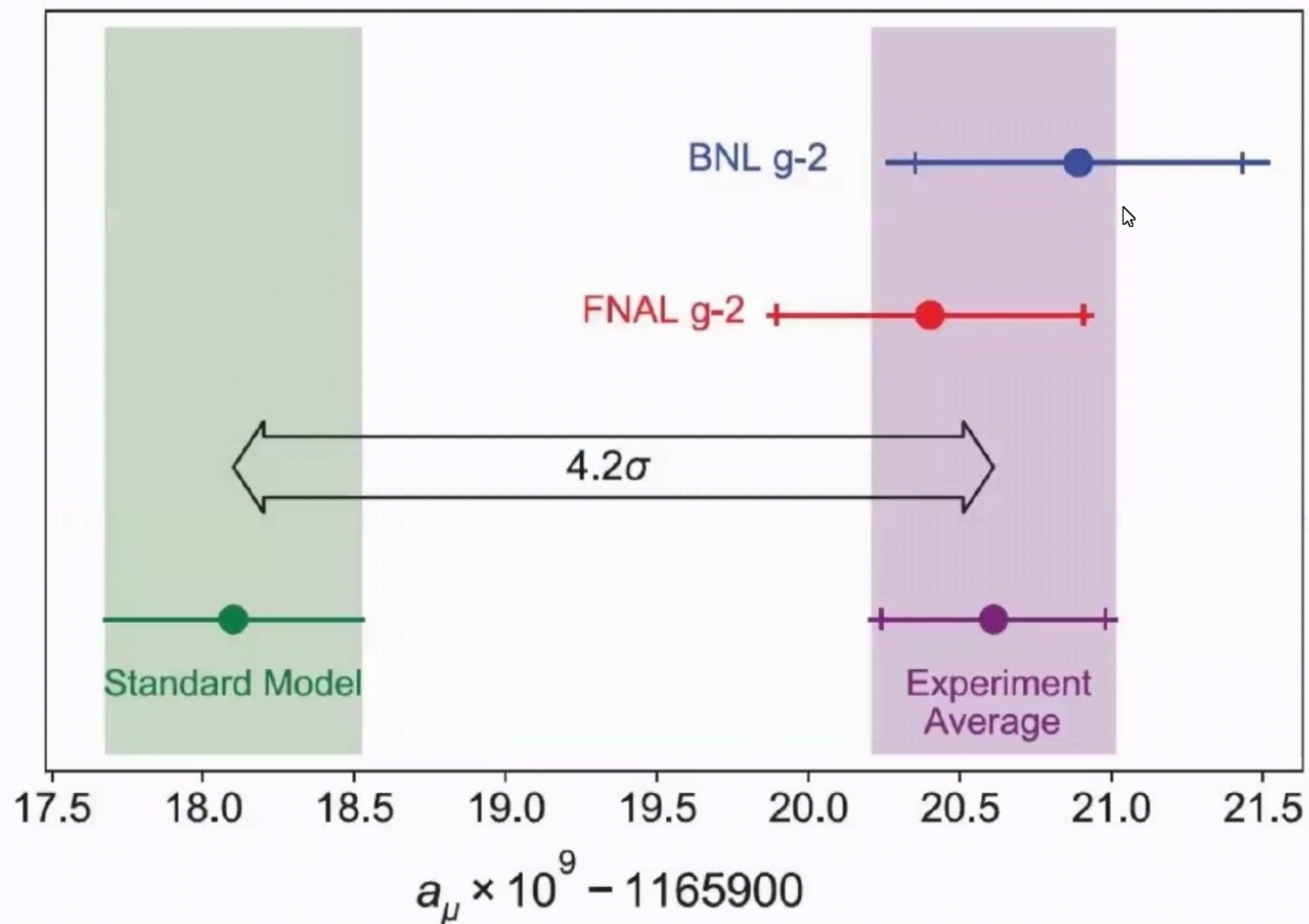


费米实验室新实验：主要装置为一个直径15米的超导磁铁环



从BNL转移到FNAL  $\Rightarrow$  把实验误差降低到BNL实验测量的1/4

● REC

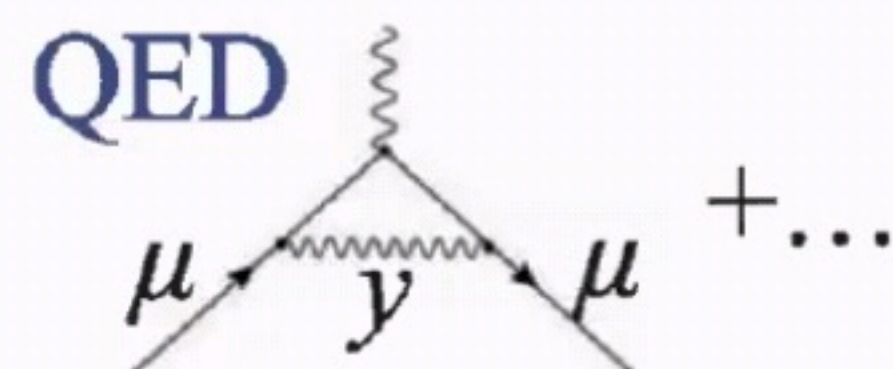


- FNAL实验只分析了最终采集数据量的很小一部分数据(< 6%)
- FNAL新实验结合BNL旧实验，实验理论偏差从3.7变成4.2个标准差



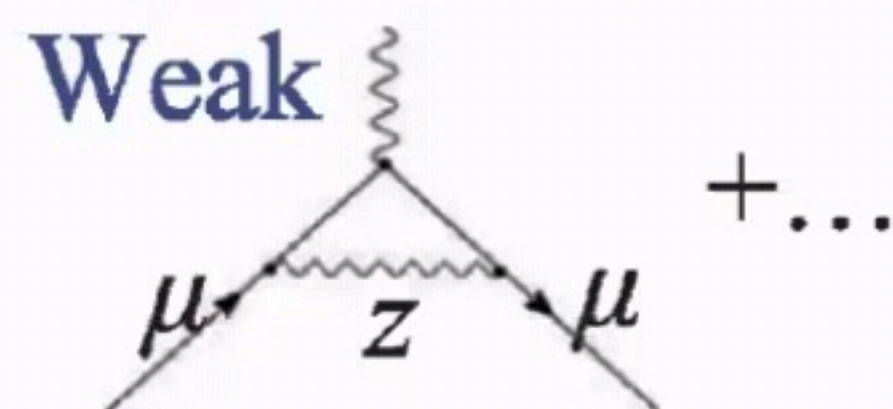
# 缪子反常磁矩：标准模型各部分贡献

$$a_{\mu}(\text{SM}) = a_{\mu}(\text{QED}) + a_{\mu}(\text{Weak}) + a_{\mu}(\text{Hadronic})$$



$$116584718.9(1) \times 10^{-11}$$

0.001 ppm

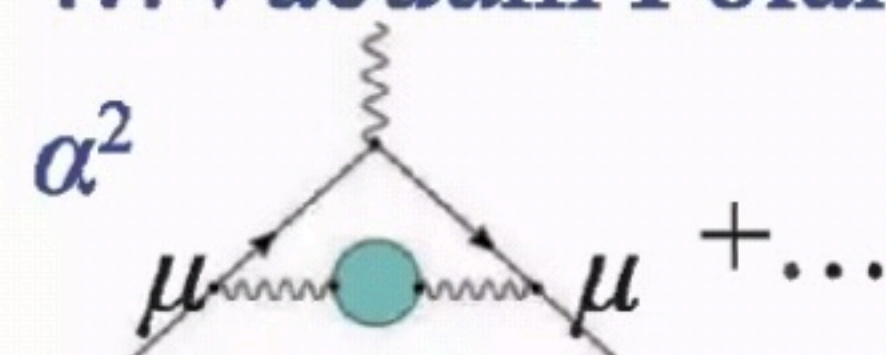


$$153.6(1.0) \times 10^{-11}$$

0.01 ppm

Hadronic...

... Vacuum Polarization (HVP)

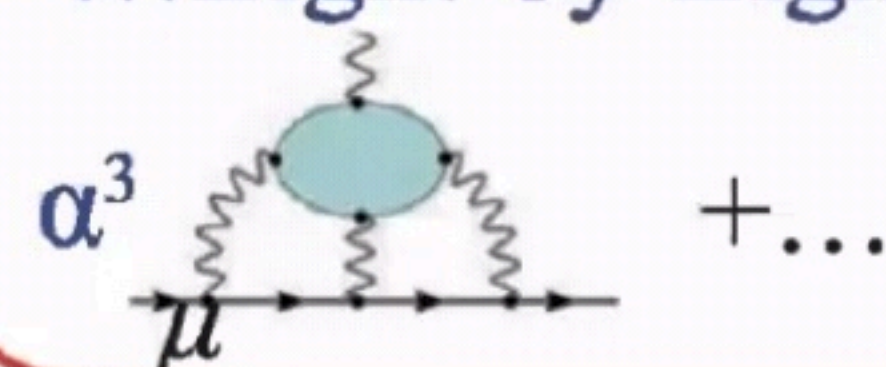


$$6845(40) \times 10^{-11}$$

[0.6%]

0.37 ppm

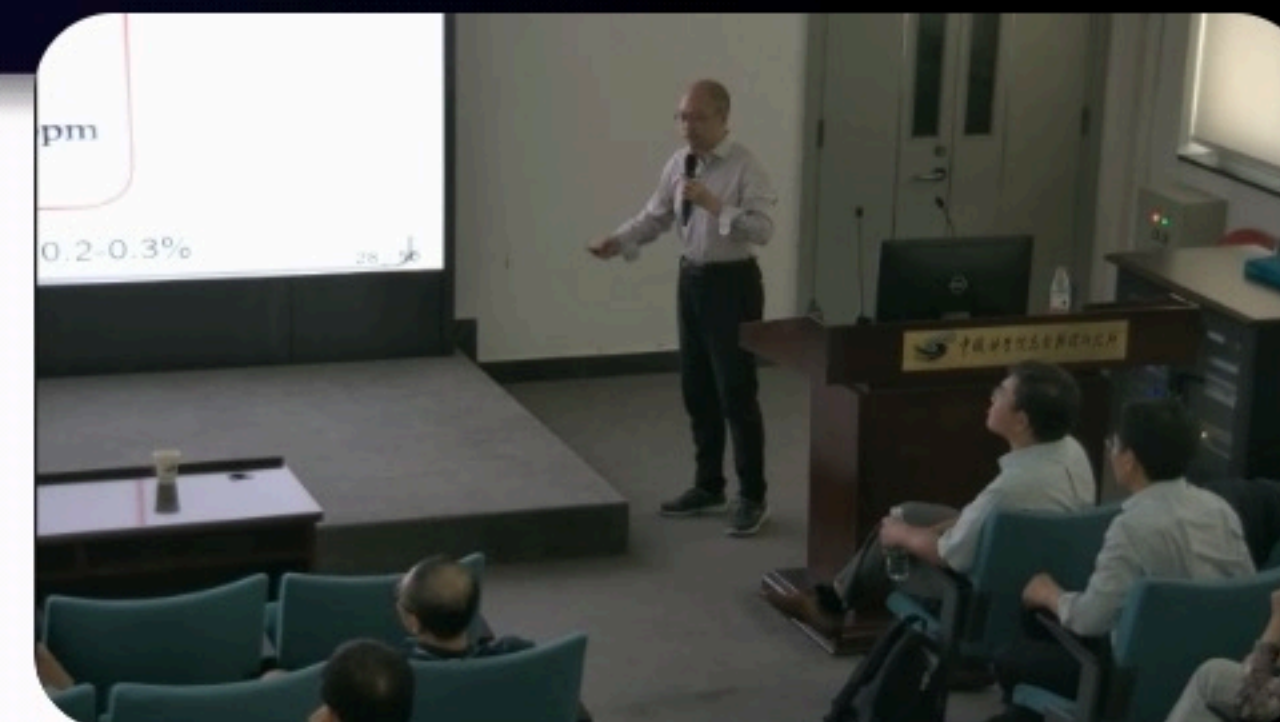
... Light-by-Light (HLbL)



$$92(18) \times 10^{-11}$$

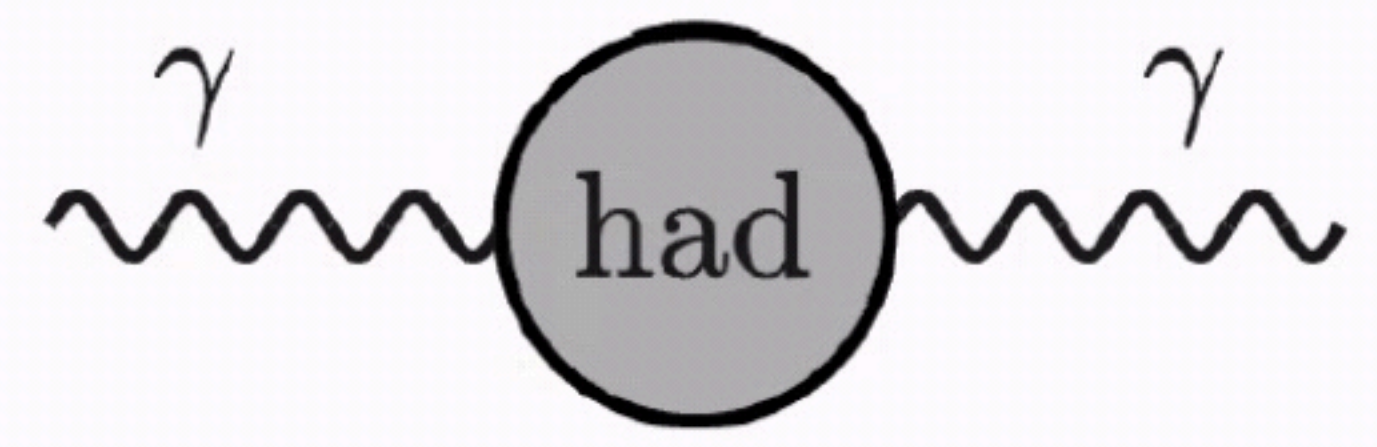
[20%]

0.15 ppm

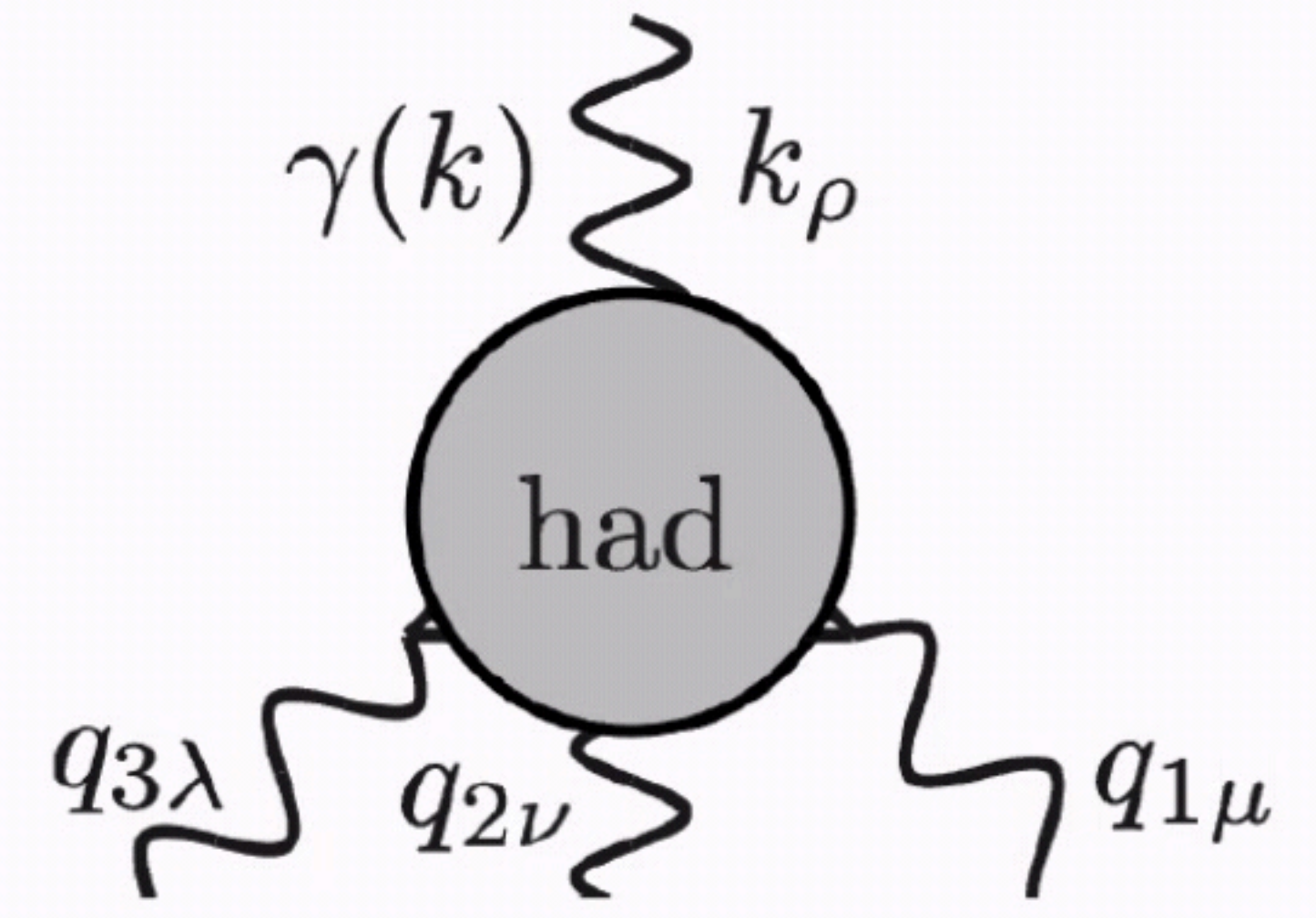




# 从实验数据出发



Hadronic vacuum polarization



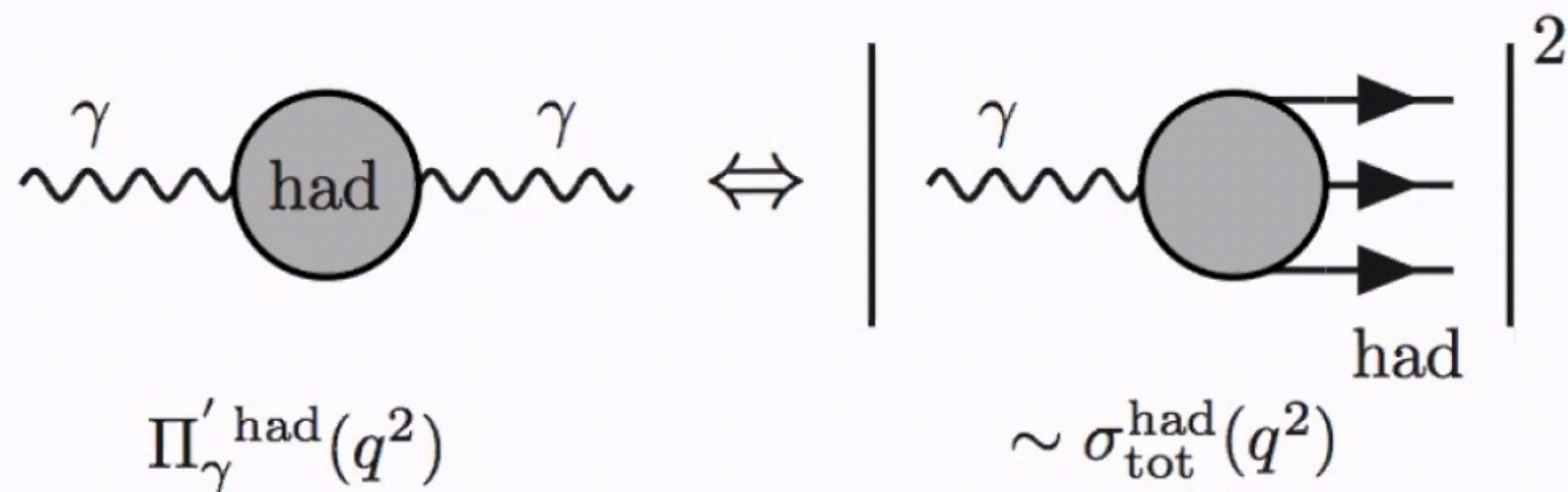
Hadronic Light-by-Light

# 强真空极化函数

强真空极化(Hadronic vacuum polarization, HVP)

$$V_\mu \quad \text{[diagram: photon with hadronic loop]} \quad V_\nu = (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \Pi_V(q^2)$$

## • 光学定理



$$\text{Im } \Pi_V(s) \quad \Leftarrow \quad R(s) = \frac{3s}{4\pi\alpha^2} \sigma(e^+ e^- \rightarrow \text{hadrons})$$

## • 色散关系

$$\Pi_V(q^2) - \Pi_V(0) = \frac{q^2}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{\text{Im } \Pi_V(s)}{s(s - q^2 - i\epsilon)}$$

凡是物理过程中包含单个虚光子的，都可以从实验散射截面出发得到真空极化修正

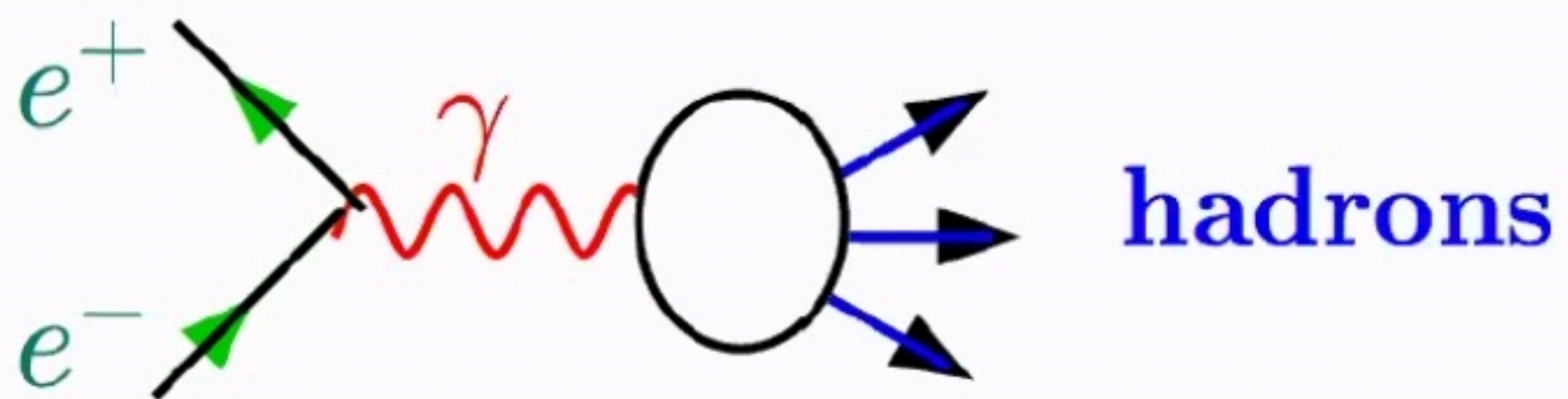


# 实验R值测量

R值是个比值

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

- 由于 $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$ 是一个可计算的物理量，R值测量的本质是对 $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})$ 的测量

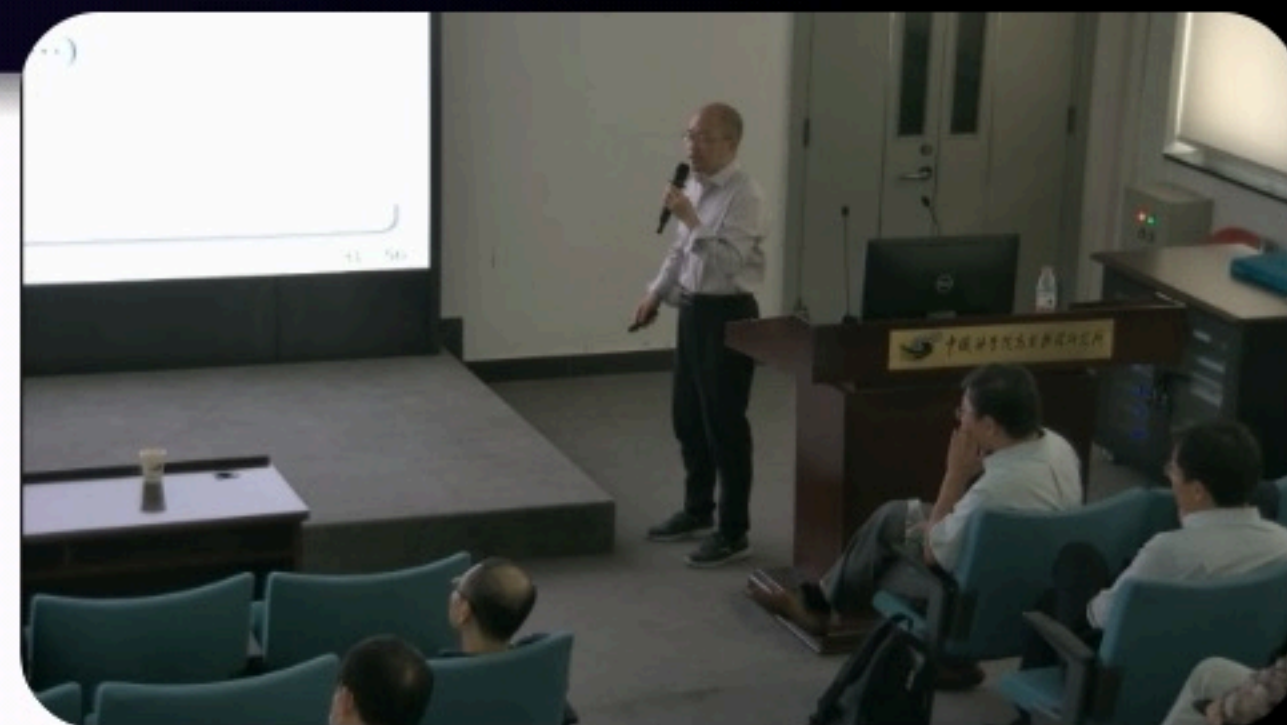


在高能区，由于QCD渐近自由，可以用微扰论计算R值

$$R(s)^{\text{pert}} = N_c \sum_f Q_f^2 \frac{v_f}{2} (3 - v_f^2) \Theta(s - 4m_f^2) \times (1 + \alpha_s c_1 + \alpha_s^2 c_2 + \dots)$$

- $N_c = 3$ 为早期人们认识到三种不同的色荷提供了直接的实验依据

现今的实验更关注低能区R值的测量

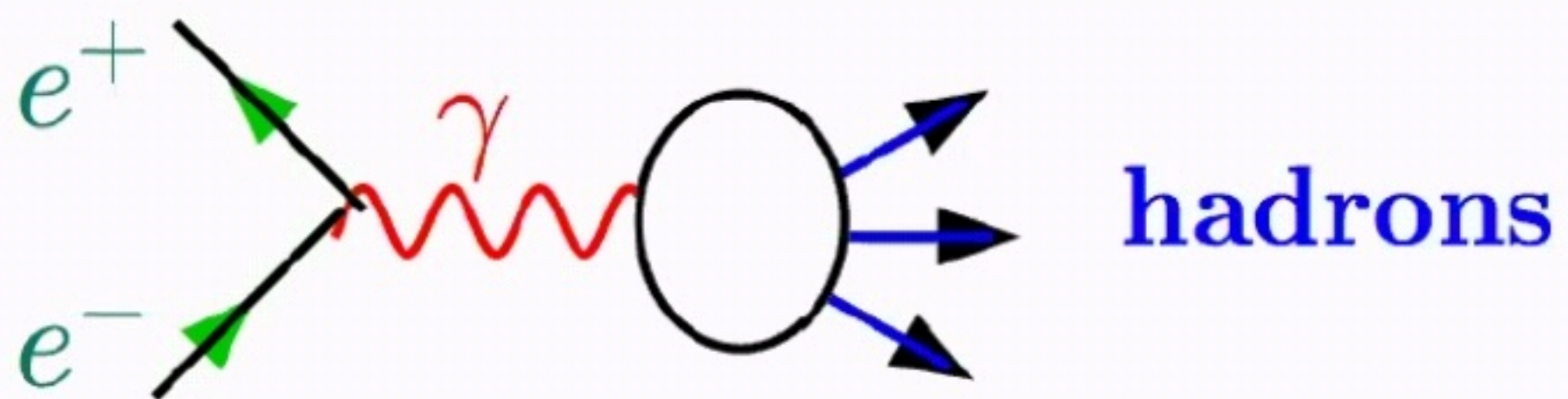


# 实验R值测量

R值是个比值

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

- 由于 $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$ 是一个可计算的物理量，R值测量的本质是对 $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})$ 的测量



在高能区，由于QCD渐近自由，可以用微扰论计算R值

$$R(s)^{\text{pert}} = N_c \sum_f Q_f^2 \frac{v_f}{2} (3 - v_f^2) \Theta(s - 4m_f^2) \times (1 + \alpha_s c_1 + \alpha_s^2 c_2 + \dots)$$

- $N_c = 3$ 为早期人们认识到三种不同的色荷提供了直接的实验依据

现今的实验更关注低能区R值的测量

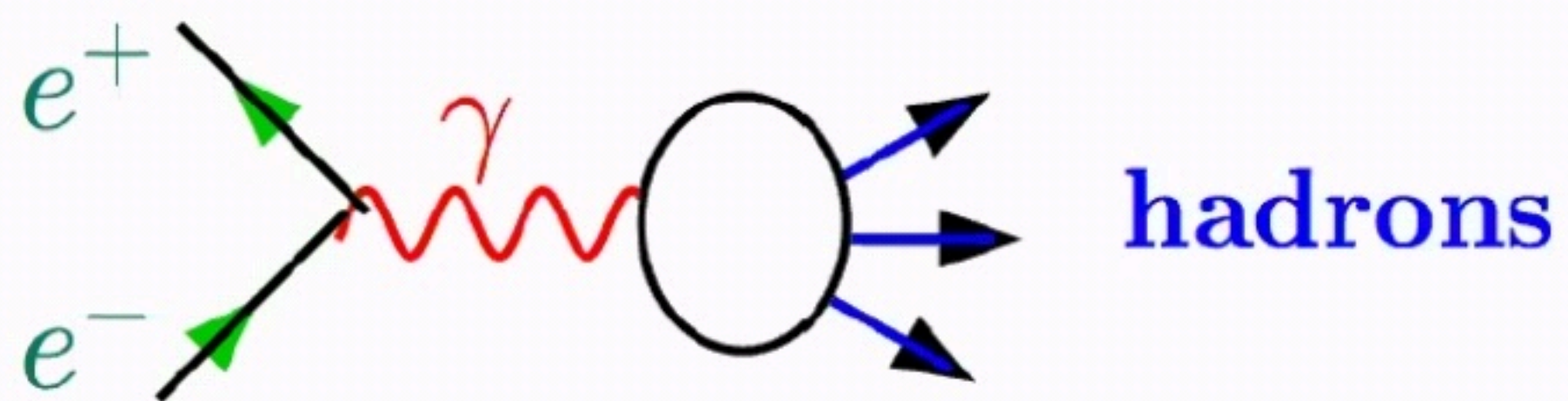


# 实验R值测量

R值是个比值

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

- 由于 $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$ 是一个可计算的物理量，R值测量的本质是对 $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})$ 的测量



在高能区，由于QCD渐近自由，可以用微扰论计算R值

$$R(s)^{\text{pert}} = N_c \sum_f Q_f^2 \frac{v_f}{2} (3 - v_f^2) \Theta(s - 4m_f^2) \times (1 + \alpha_s c_1 + \alpha_s^2 c_2 + \dots)$$

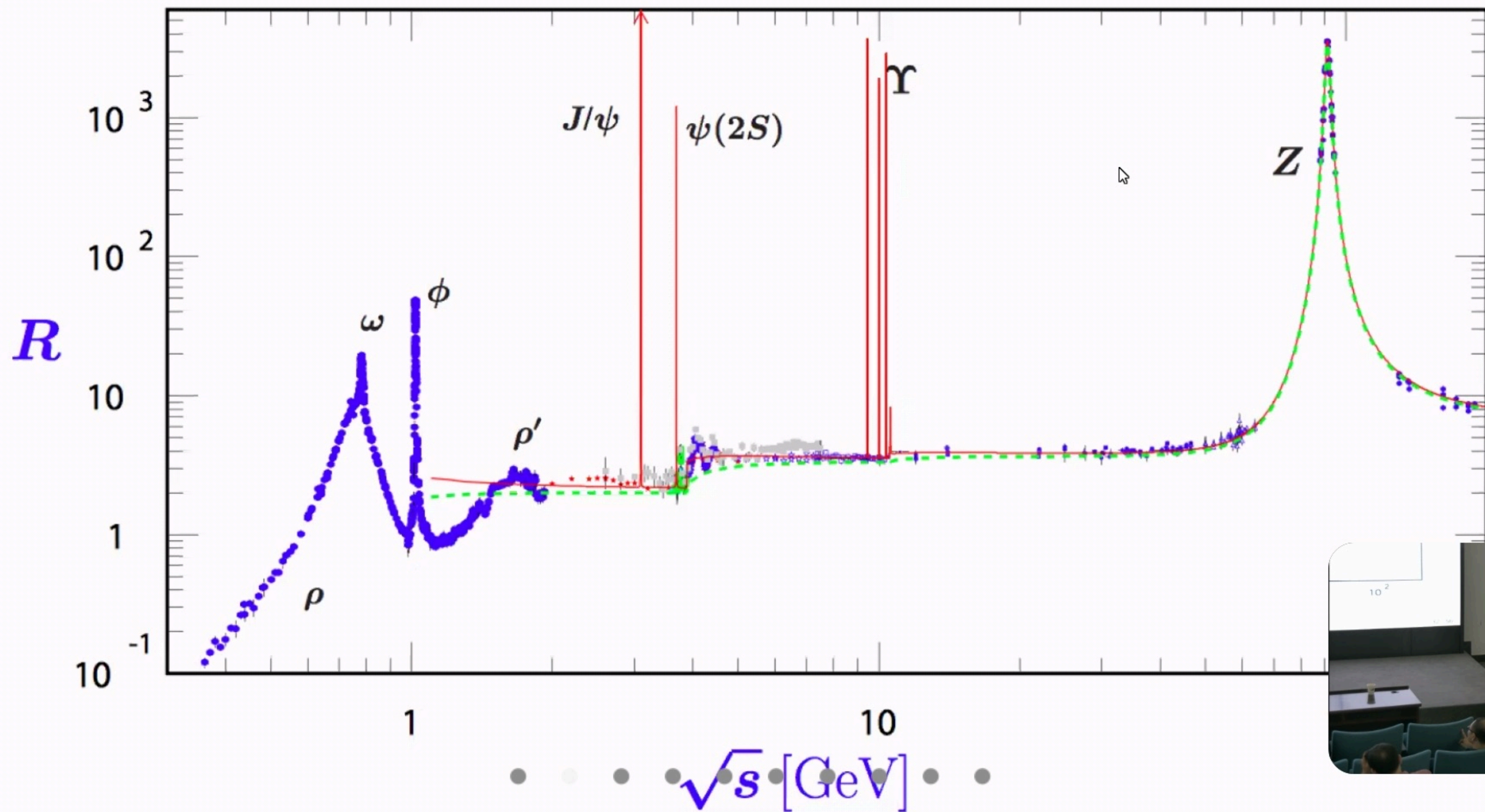
- $N_c = 3$ 为早期人们认识到三种不同的色荷提供了直接的实验依据

现今的实验更关注低能区R值的测量



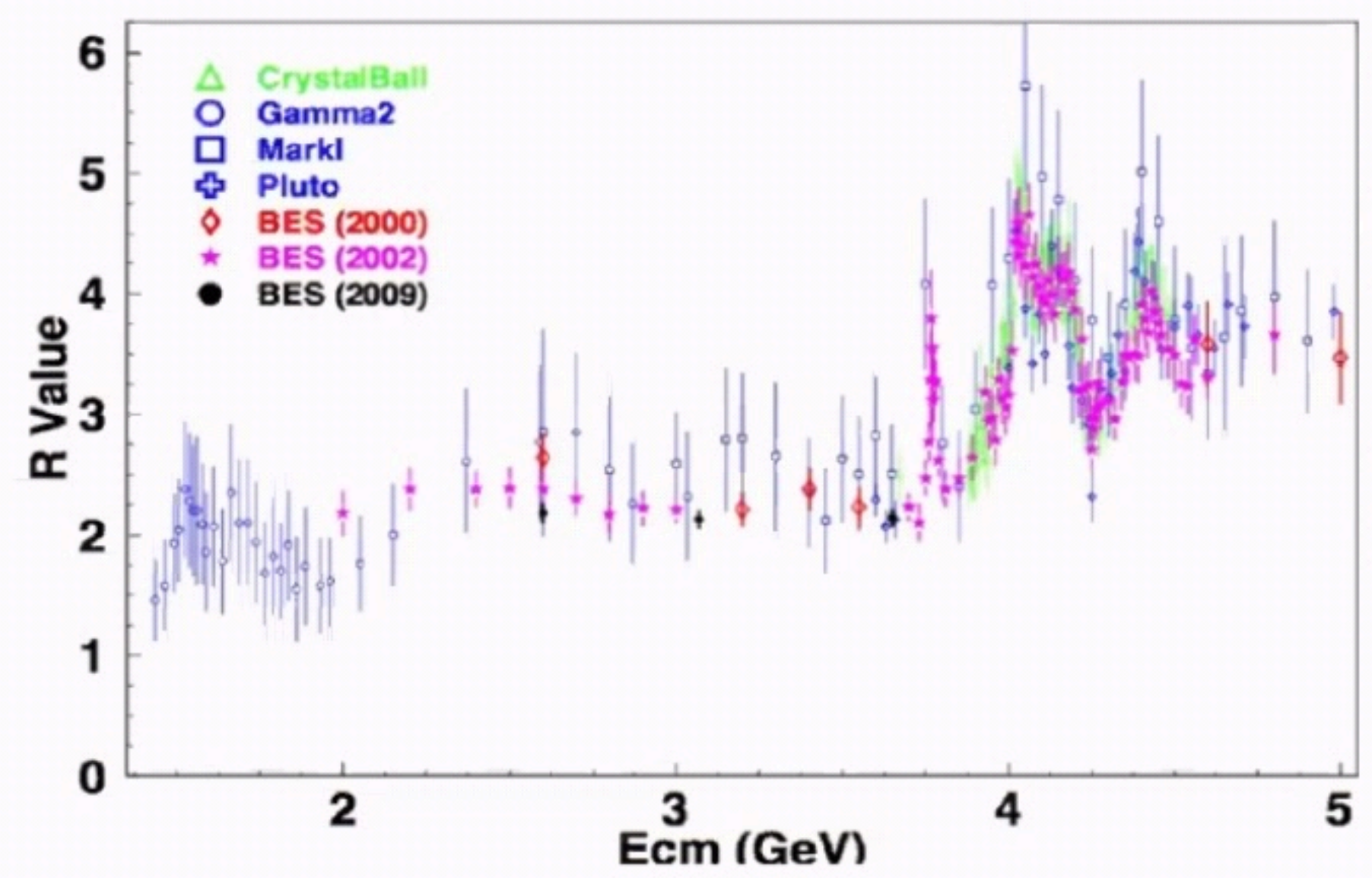
# R值测量展现丰富的强子物理信息

REC



● REC

## BESII实验重要物理回顾：R值

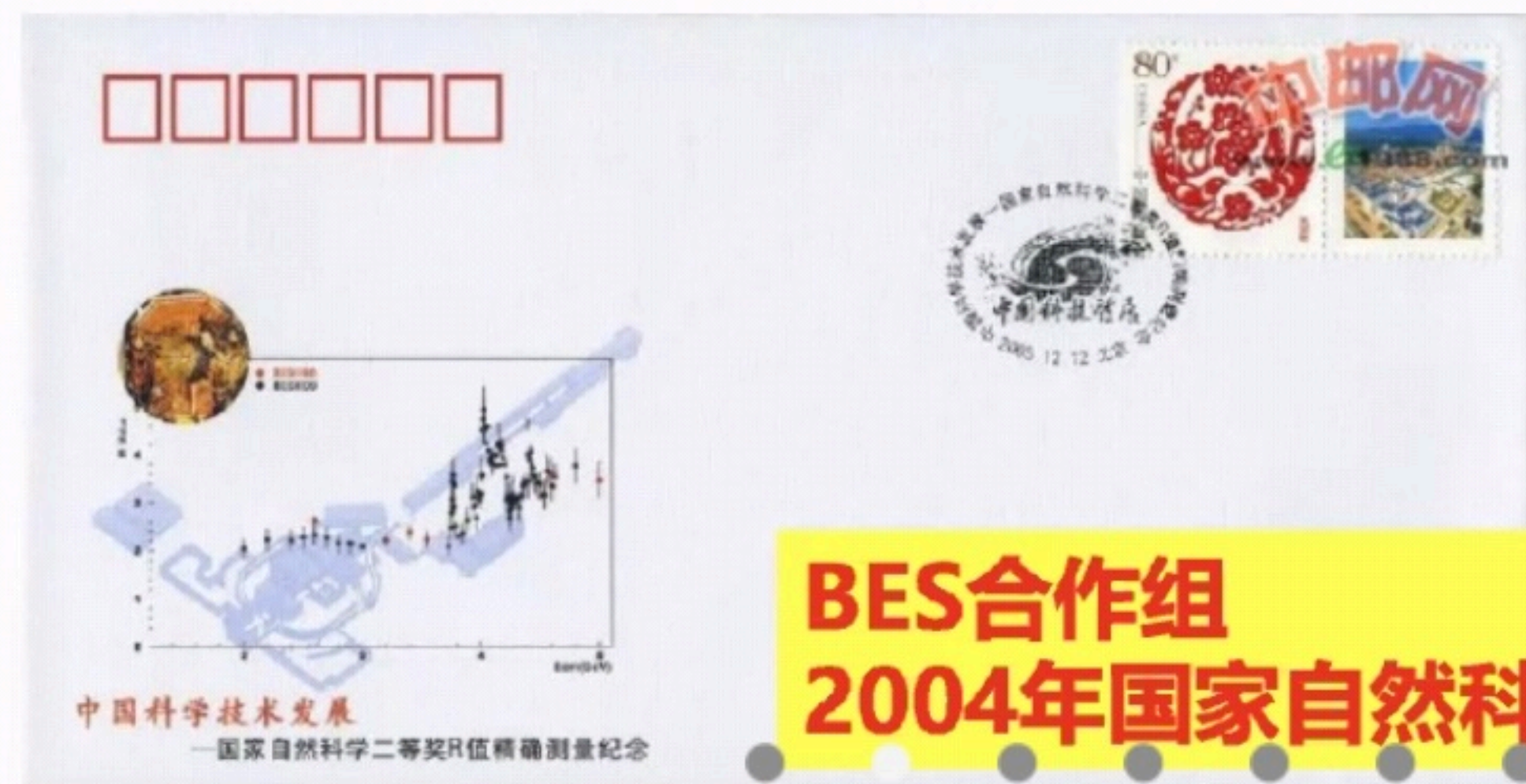


**BES Collaboration**  
**Phys.Rev.Lett. 84 (2000) 594-597**  
**Phys.Rev.Lett. 88 (2002) 101802**  
**Phys.Rev.Lett. 97 (2006) 262001**  
**Phys.Rev.Lett. 101 (2008) 102004**

**BESII实验精度提高了2-3倍**

- 1) 缪子反常磁矩
- 2) 电弱精确检验

**BESIII上R值精度：3%**  
**精度再提高2倍**



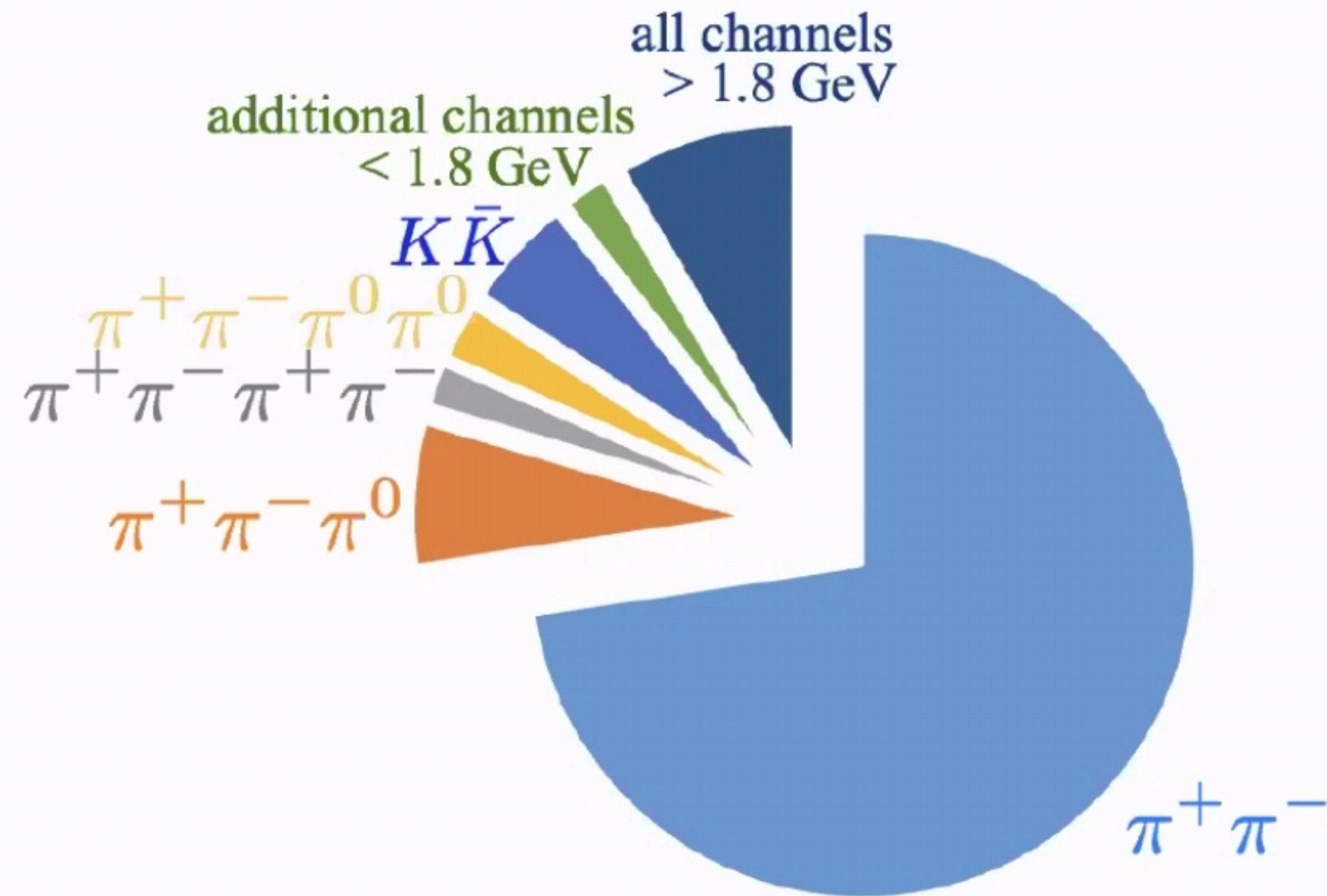
**BES合作组**  
**2004年国家自然科学二等奖**



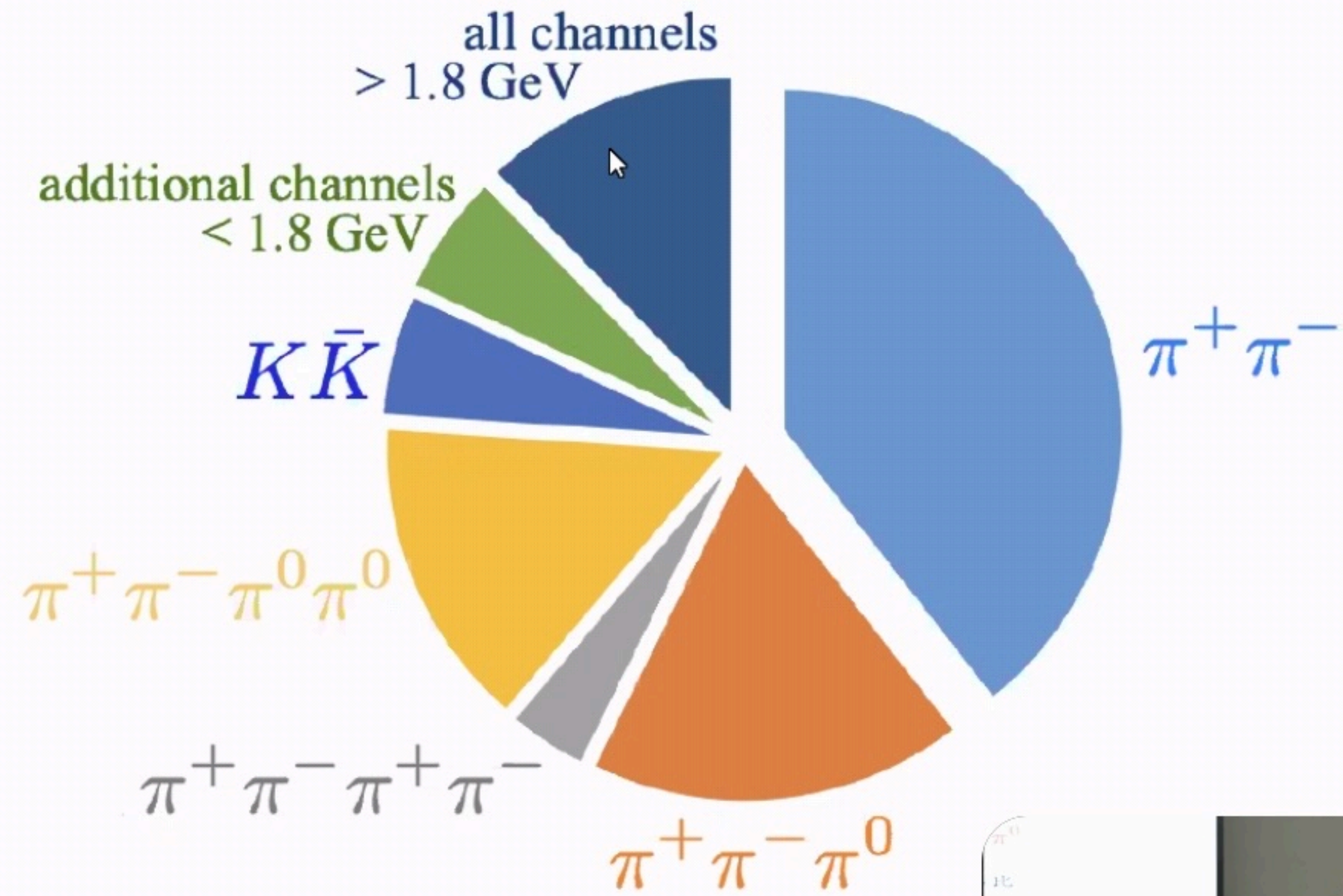


# HVP: 贡献和误差分析

REC



贡献占比

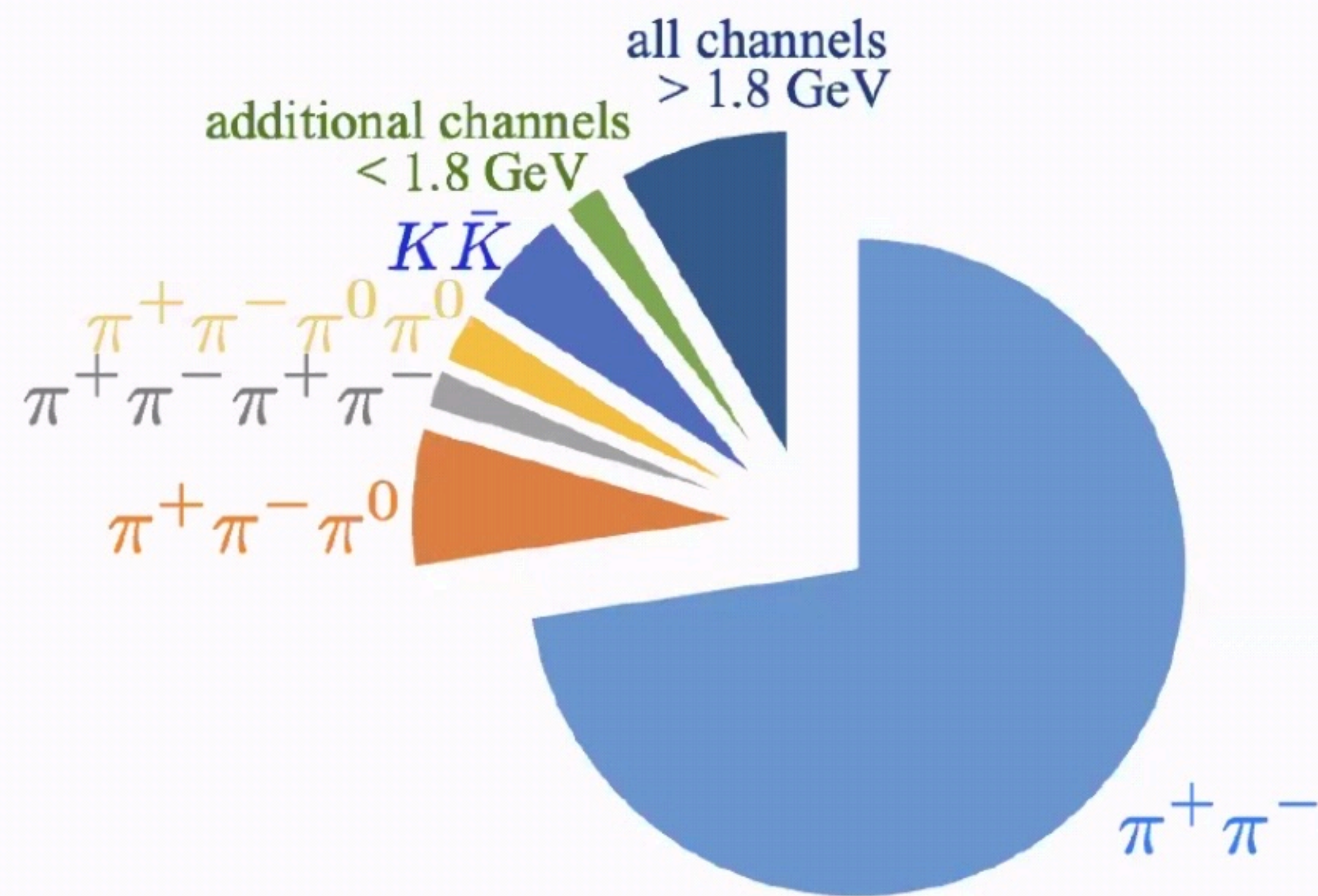


误差占比

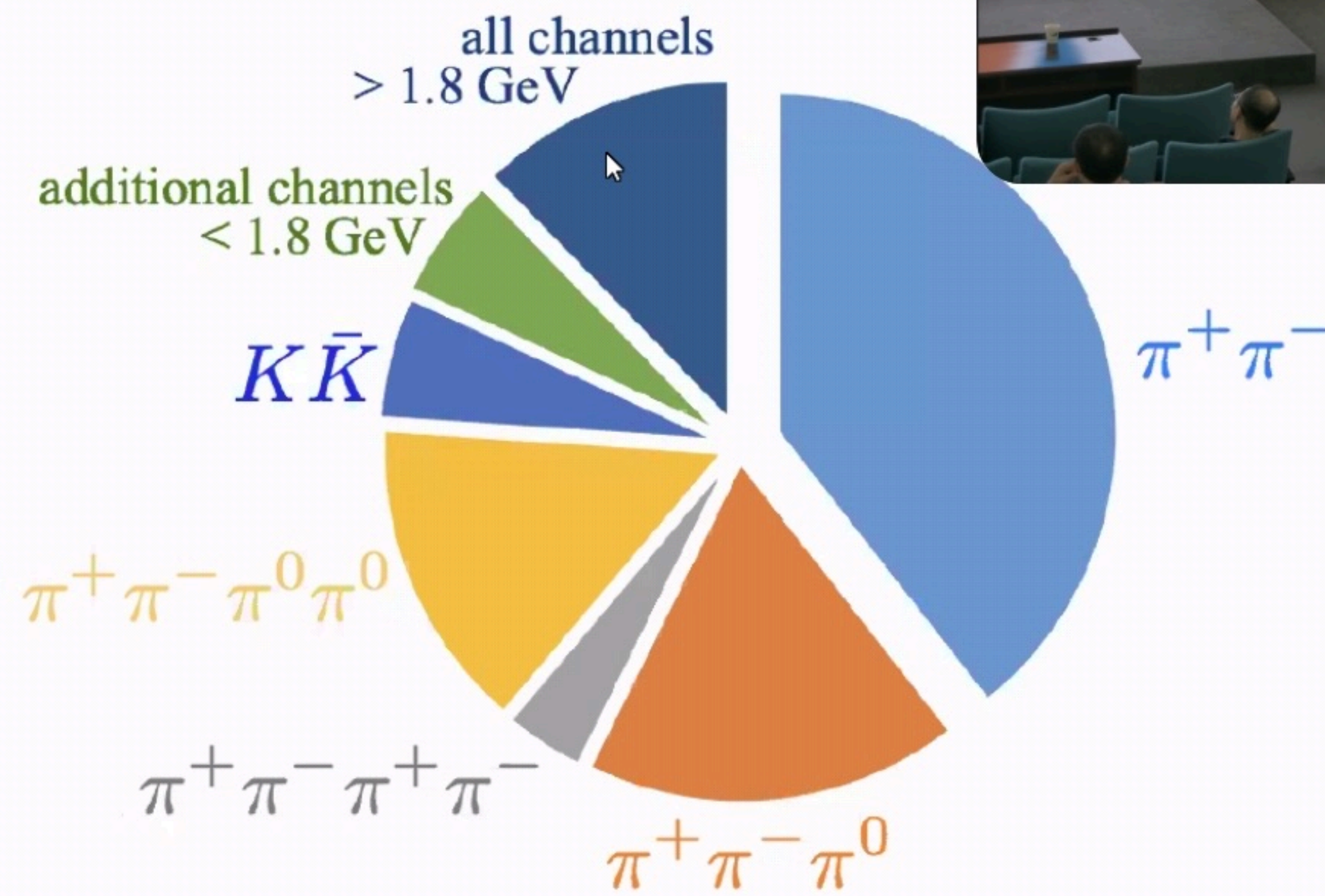


# HVP: 贡献和误差分析

REC



贡献占比

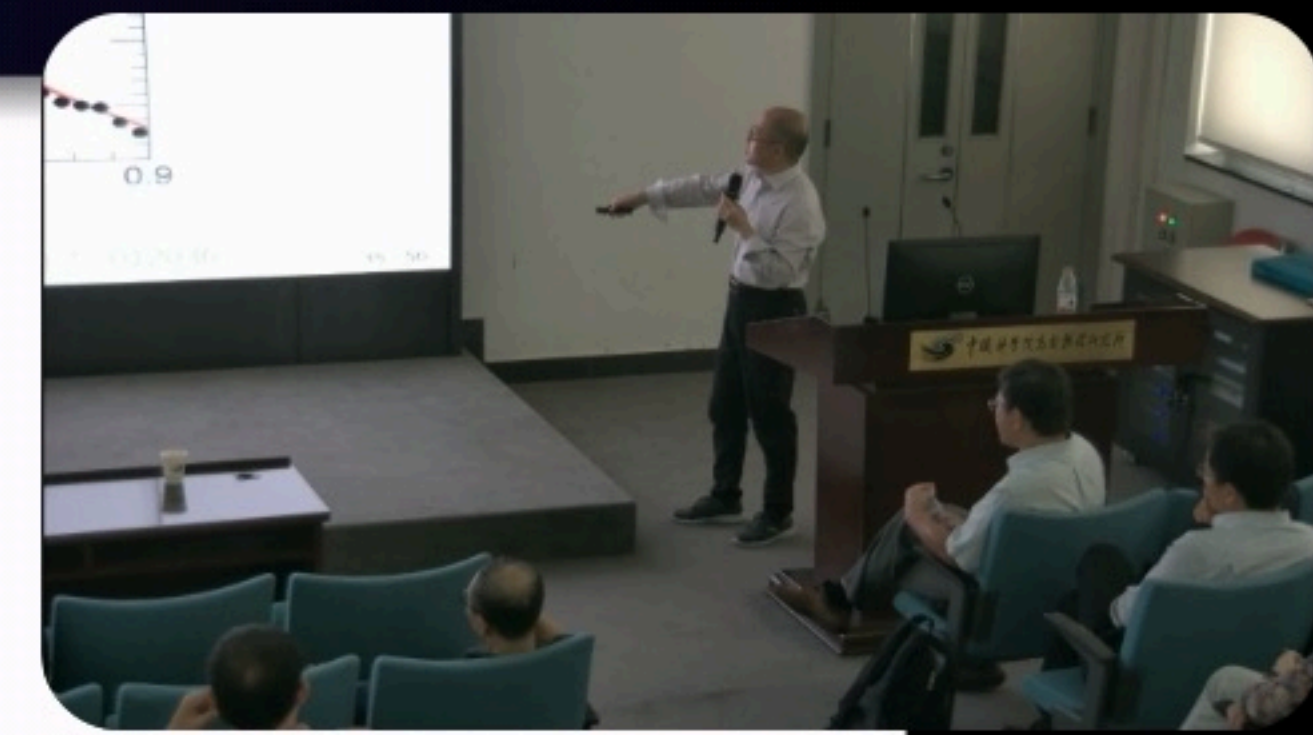
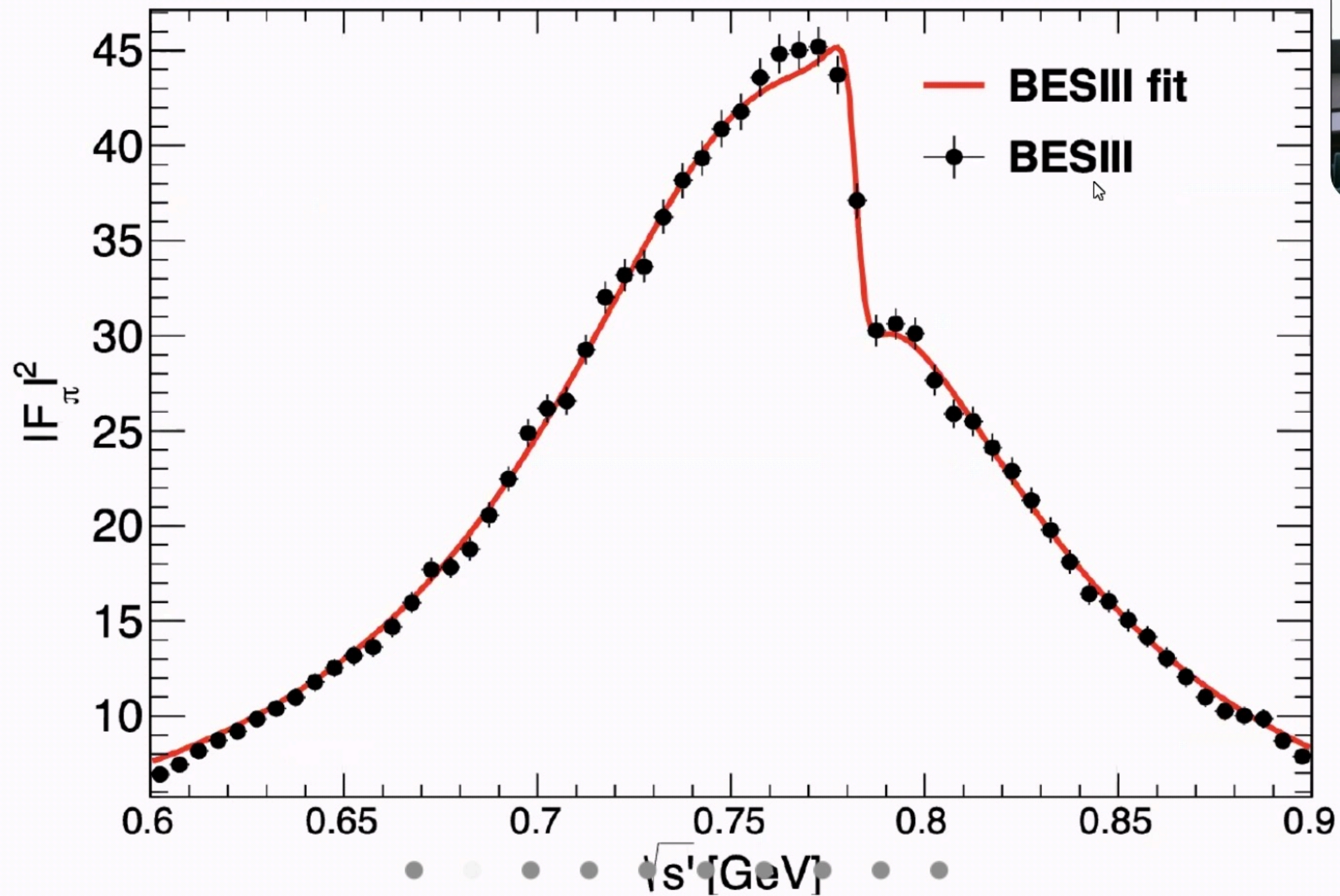


误差占比



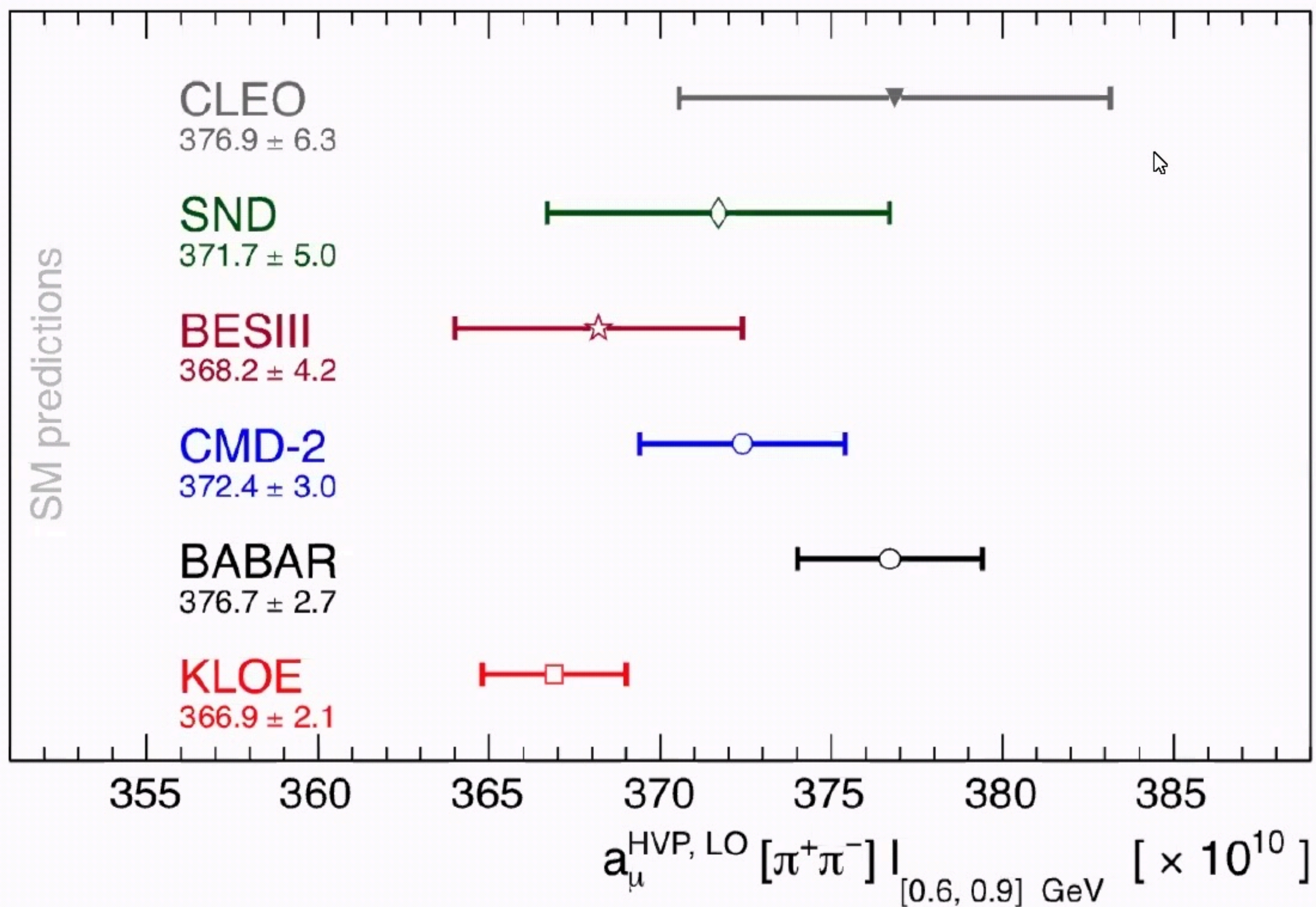
# 最重要的贡献来自于 $\rho$ 共振态区域

● REC

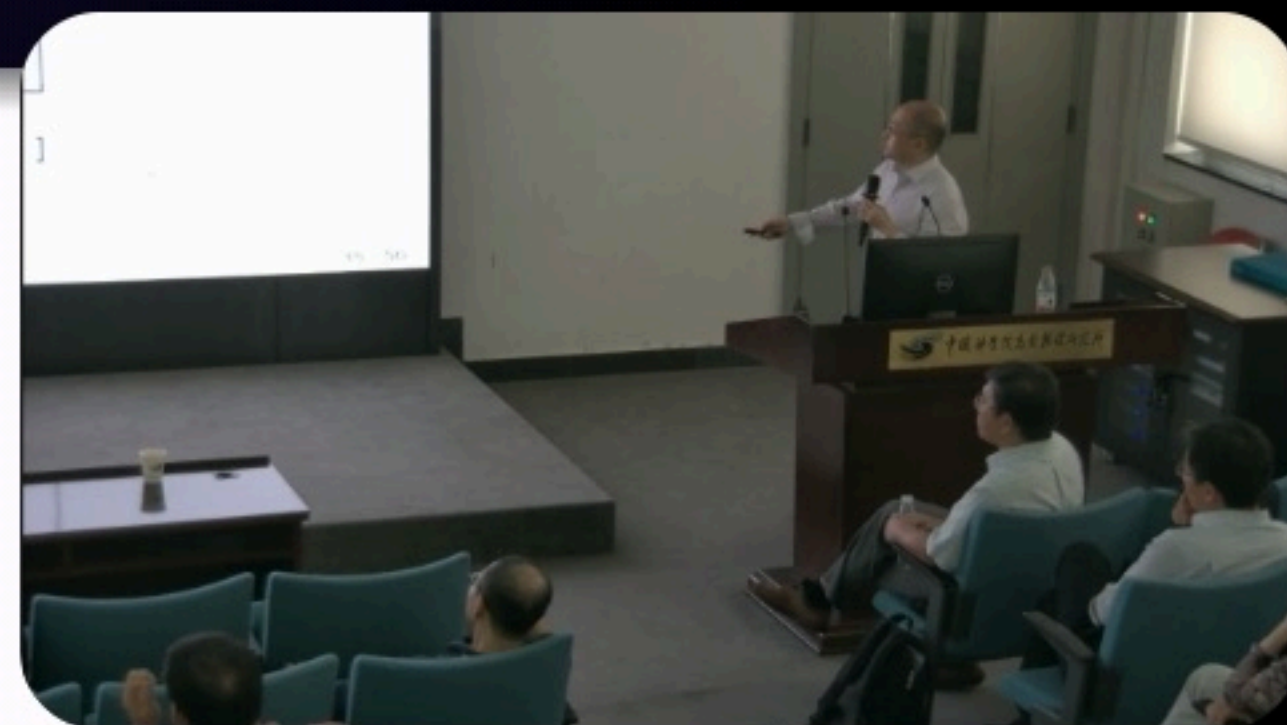


# 实验上的分歧

利用实验数据和色散关系  $\rightarrow$  得到强真空极化函数贡献，误差为0.6%

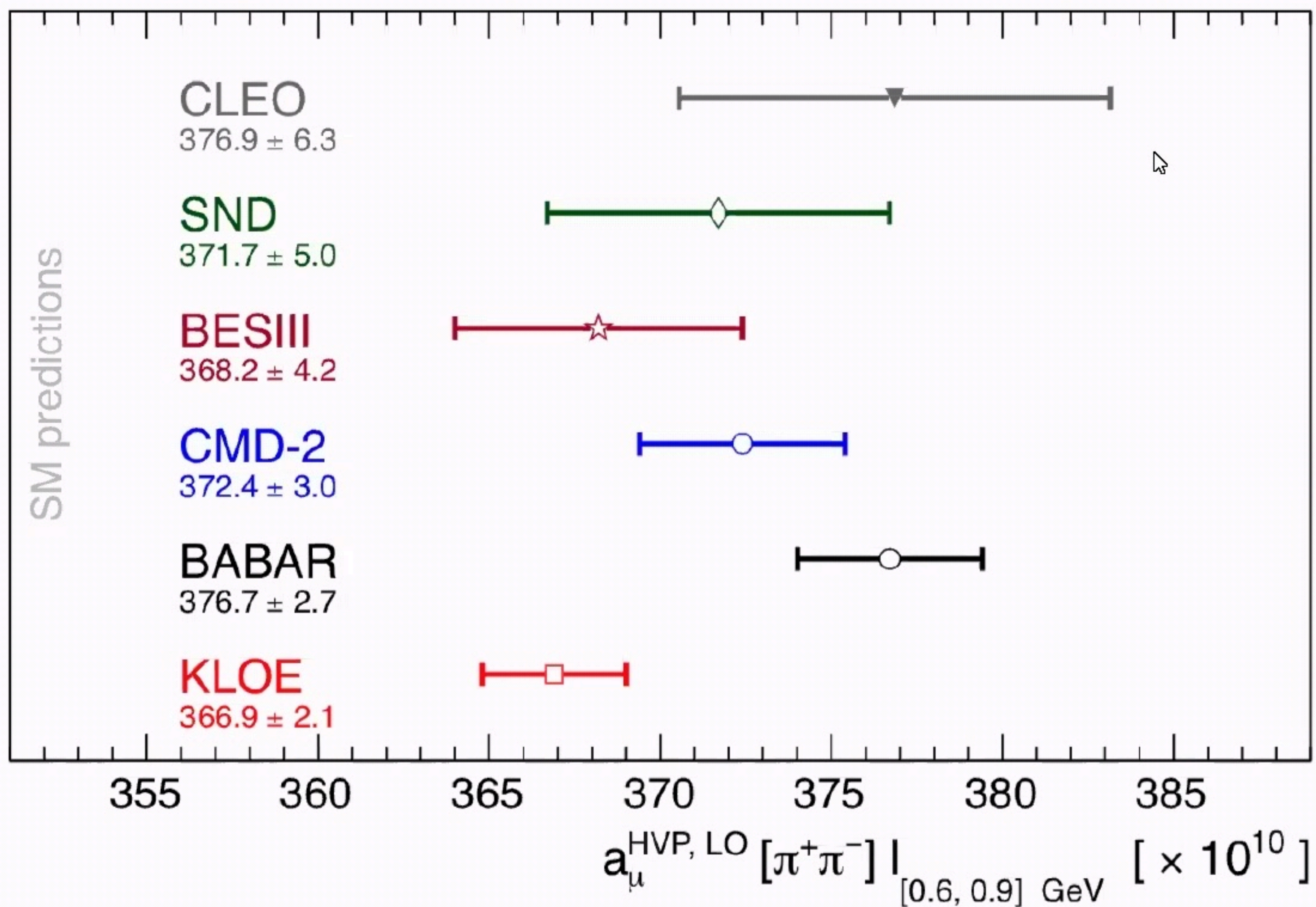


- 积分区间: 0.6 - 0.9 GeV  $\rightarrow$  包含整个  $\rho$  共振峰
- KLOE & BABAR 的数据存在 2.9 个  $\sigma$  的偏差  $\rightarrow$  为现有 HVP 误差的 2.45 倍



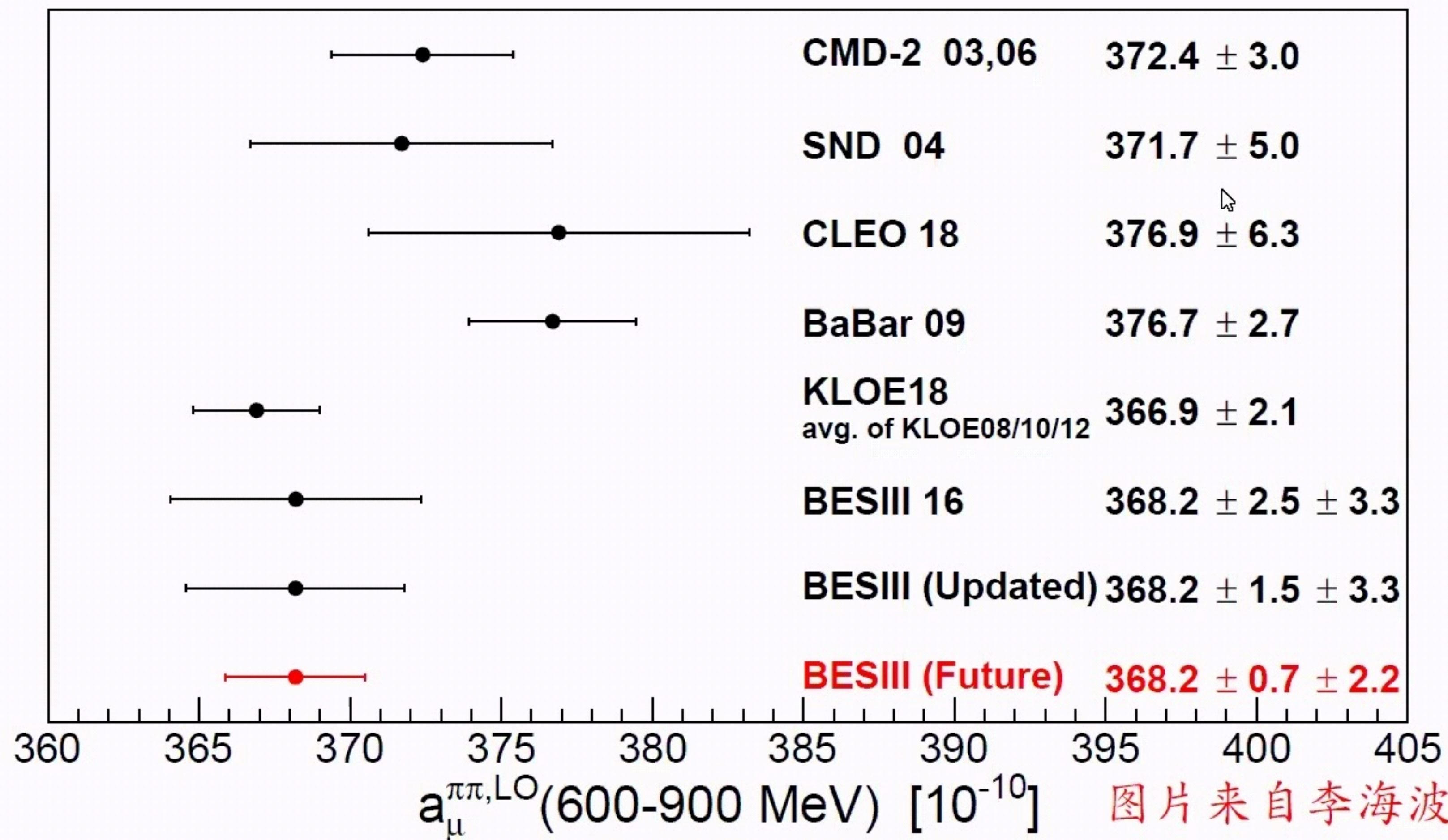
# 实验上的分歧

利用实验数据和色散关系  $\rightarrow$  得到强真空极化函数贡献，误差为0.6%



- 积分区间: 0.6 - 0.9 GeV  $\rightarrow$  包含整个  $\rho$  共振峰
- KLOE & BABAR 的数据存在 2.9 个  $\sigma$  的偏差  $\rightarrow$  为现有 HVP 误差的 2.45 倍





图片来自李海波老师

- 现有结果发表于2016年，更新于2020年
- 预计到2024年，增加7倍数据量，将误差降到  $\pm 2.2 \times 10^{-10}$

对于解决KLOE-BABAR分歧将起到重要作用





## 北京谱仪实验30年专题---北京谱仪上的R值测

原创 黄光顺 现代物理知识杂志 2019-09-09

“R值测量属于高精度测量，研究过程精益求精，需要经过严苛的内部和外部检查及审核，因此从实验到结果发表是一个漫长过程... (BESII) R值分析工作的精雕细琢赢得了国际高能物理领域的信任和尊重，长期以来曾是北京谱仪被引用次数最多的研究成果。如今BESIII首轮R值实验已过去7年，结果仍然没有发表，尽管有各种各样的原因，但也充分展现了基础研究的艰辛。然，浮云遮目终将去，守得云开见月明... 相信北京谱仪R值必将再次惊艳于世。”

R值测量是一面镜子

反映的是中国 BES 实验人和高能物理人坚持不懈和永不放弃的积极乐观的精神



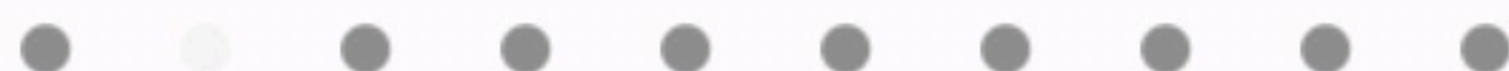
## 北京谱仪实验30年专题---北京谱仪上的R值测

原创 黄光顺 现代物理知识杂志 2019-09-09

“R值测量属于高精度测量，研究过程精益求精，需要经过严苛的内部和外部检查及审核，因此从实验到结果发表是一个漫长过程... (BESII) R值分析工作的精雕细琢赢得了国际高能物理领域的信任和尊重，长期以来曾是北京谱仪被引用次数最多的研究成果。如今BESIII首轮R值实验已经过去7年，结果仍然没有发表，尽管有各种各样的原因，但也充分展现了基础研究的艰辛。然，浮云遮目终将去，守得云开见月明... 相信北京谱仪R值必将再次惊艳于世。”

R值测量是一面镜子

反映的是中国 BES 实验人和高能物理人坚持不懈和永不放弃的积极乐观的精神







## Lattice Calculation of the Lowest-Order Hadronic Contribution to the Muon Anomalous Magnetic Moment

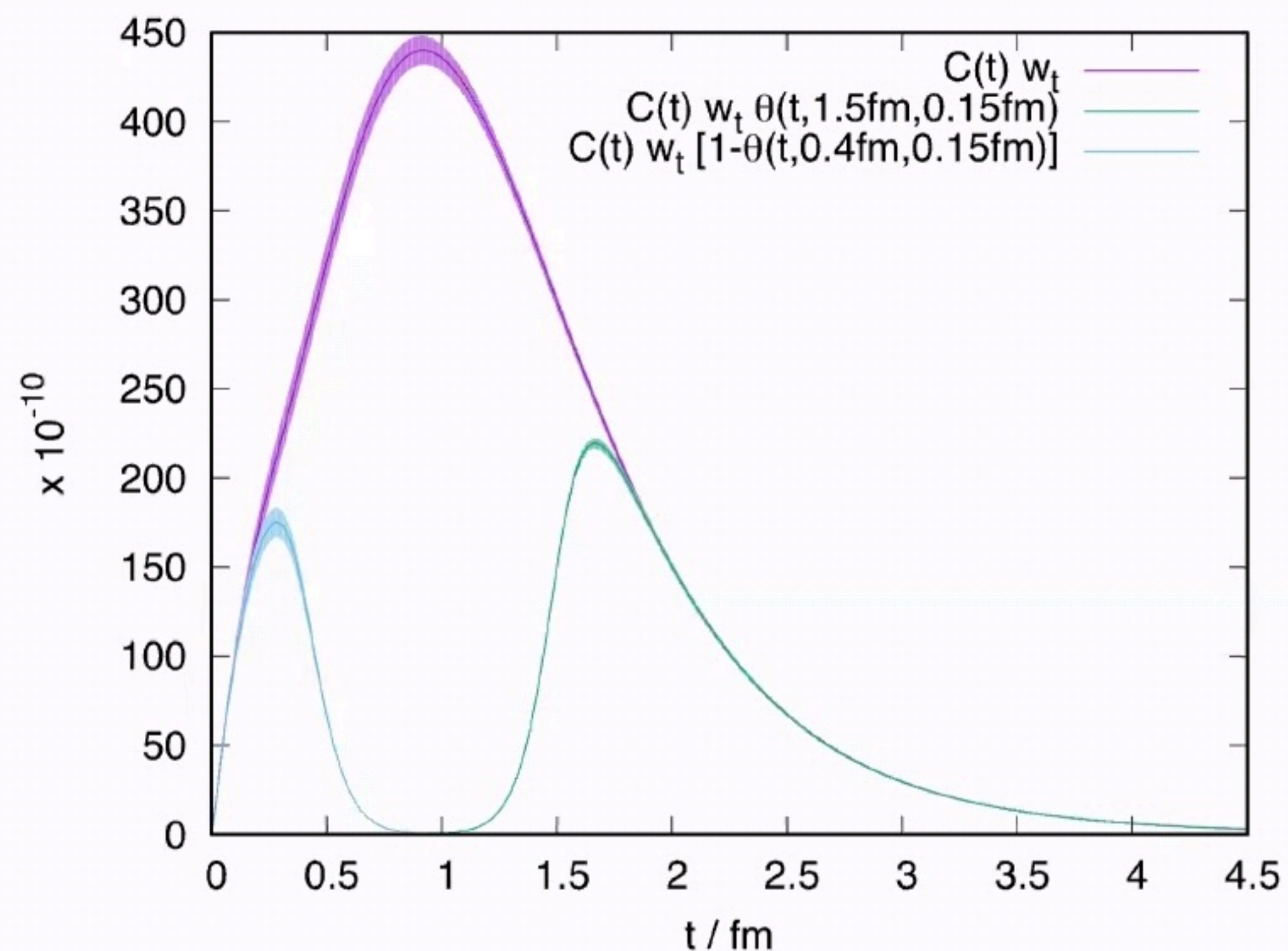
T. Blum

*RIKEN BNL Research Center, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973, USA*

(Received 18 December 2002; published 30 July 2003)

We present a **quenched lattice calculation** of the lowest order [ $\mathcal{O}(\alpha^2)$ ] hadronic contribution to the anomalous magnetic moment of the muon which arises from the hadronic vacuum polarization. A general method is presented for computing entirely in Euclidean space, obviating the need for the usual dispersive treatment which relies on experimental data for  $e^+e^-$  annihilation to hadrons. While the result is not yet of comparable precision to those state-of-the-art calculations, systematic improvement of the quenched lattice computation to this level is straightforward and well within the reach of present computers. Including the effects of dynamical quarks is conceptually trivial; the computer resources required are not.

把实验测量得到的R值数据转换到欧氏时空



$$a_{\mu}^{\text{HVP, LO}} = a_{\mu}^{\text{SD}} + a_{\mu}^{\text{W}} + a_{\mu}^{\text{LD}},$$

$$a_{\mu}^{\text{SD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [1 - \Theta(x_0, t_0, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{W}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [\Theta(x_0, t_0, \Delta) - \Theta(x_0, t_1, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{LD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) \Theta(x_0, t_1, \Delta),$$

这里  $\Theta(t, t', \Delta) = [1 + \tanh[(t - t')/\Delta]]/2$  是一个光滑的阶梯函数

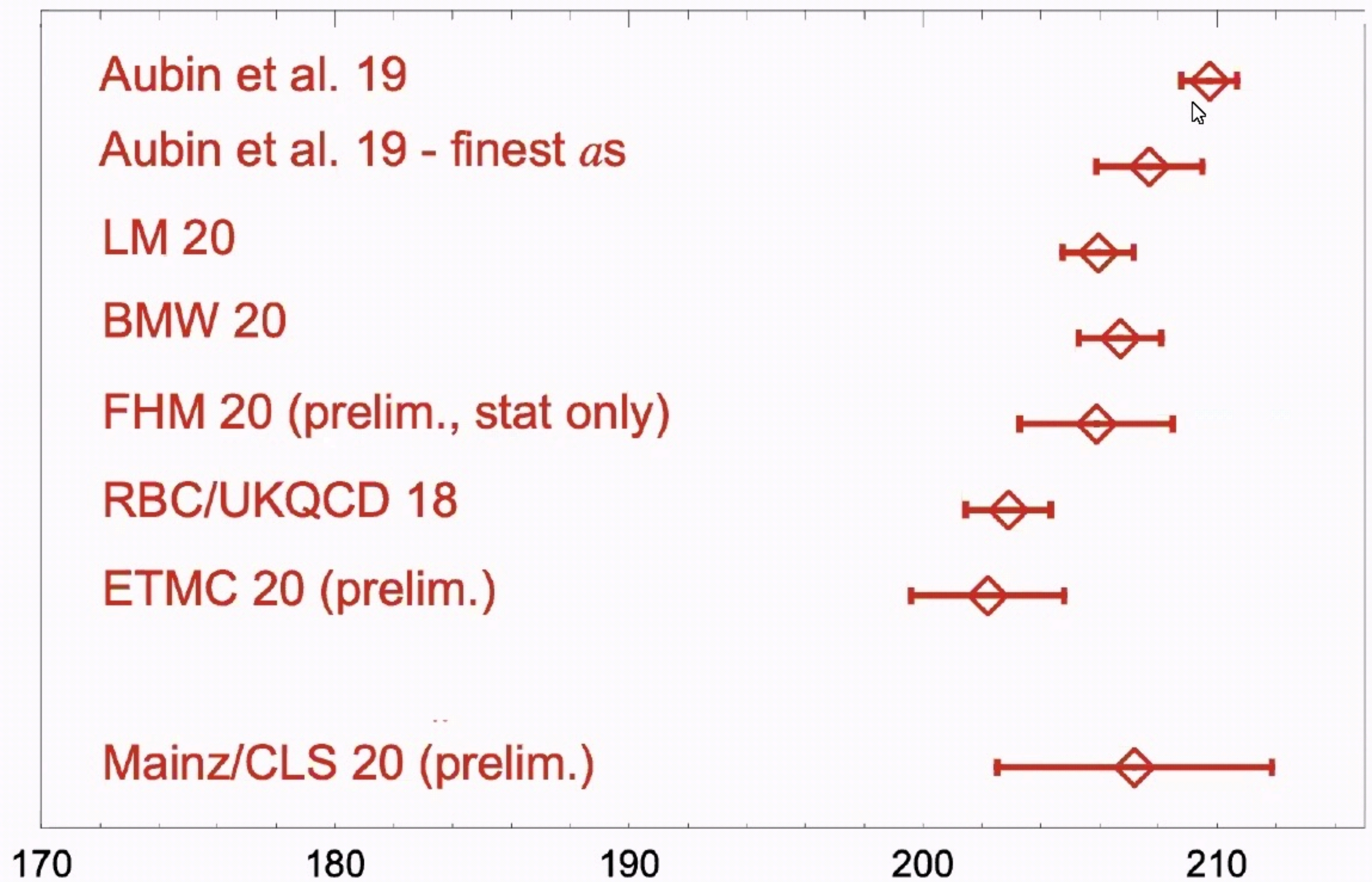
R值提供长程和短程的信息，格点数据提供中程信息



# 不同格点组之前的互相检验

交叉检验非常重要

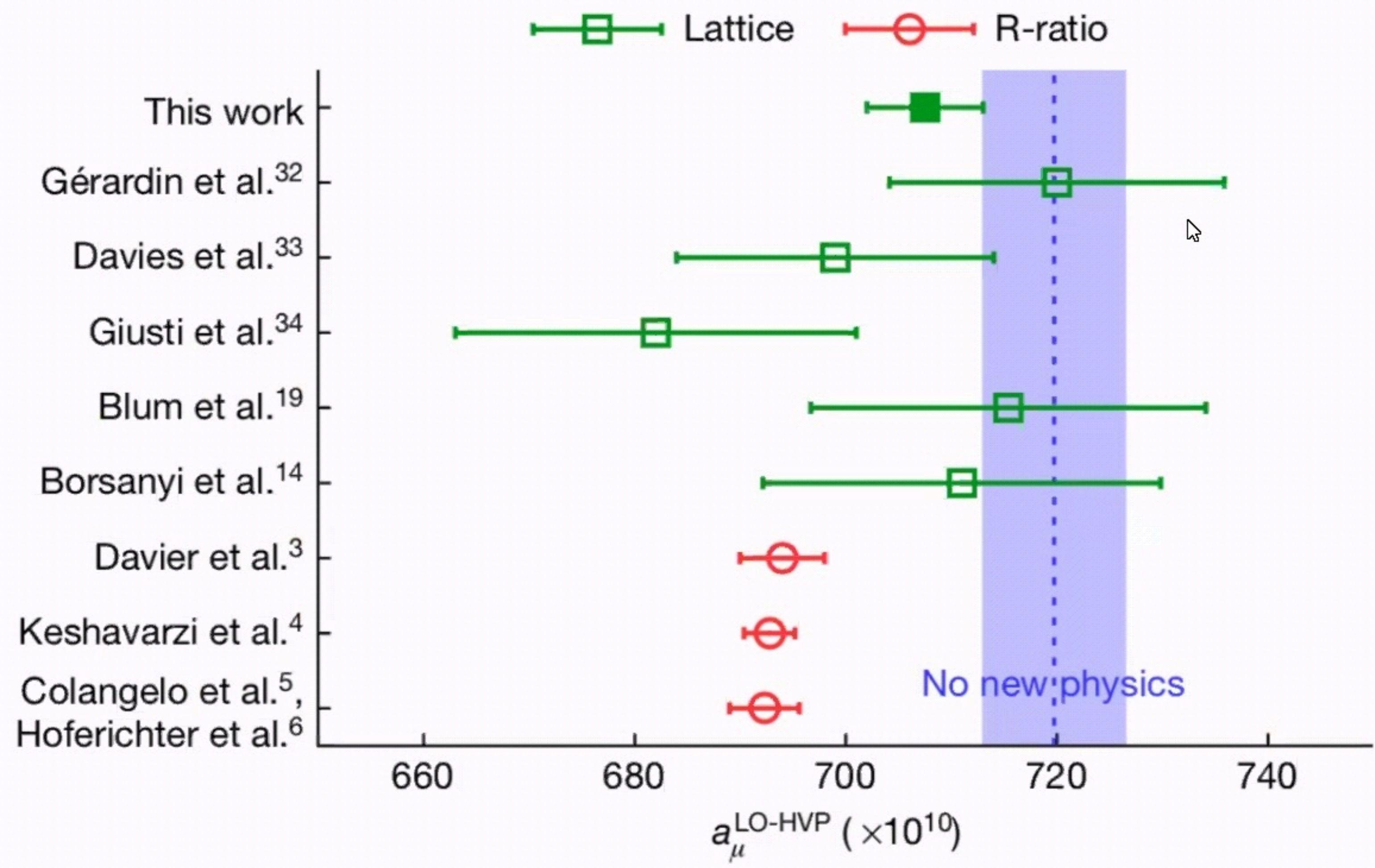
$$(t_0, t_1, \Delta) = (0.4, 1.0, 0.15) \text{ fm}$$



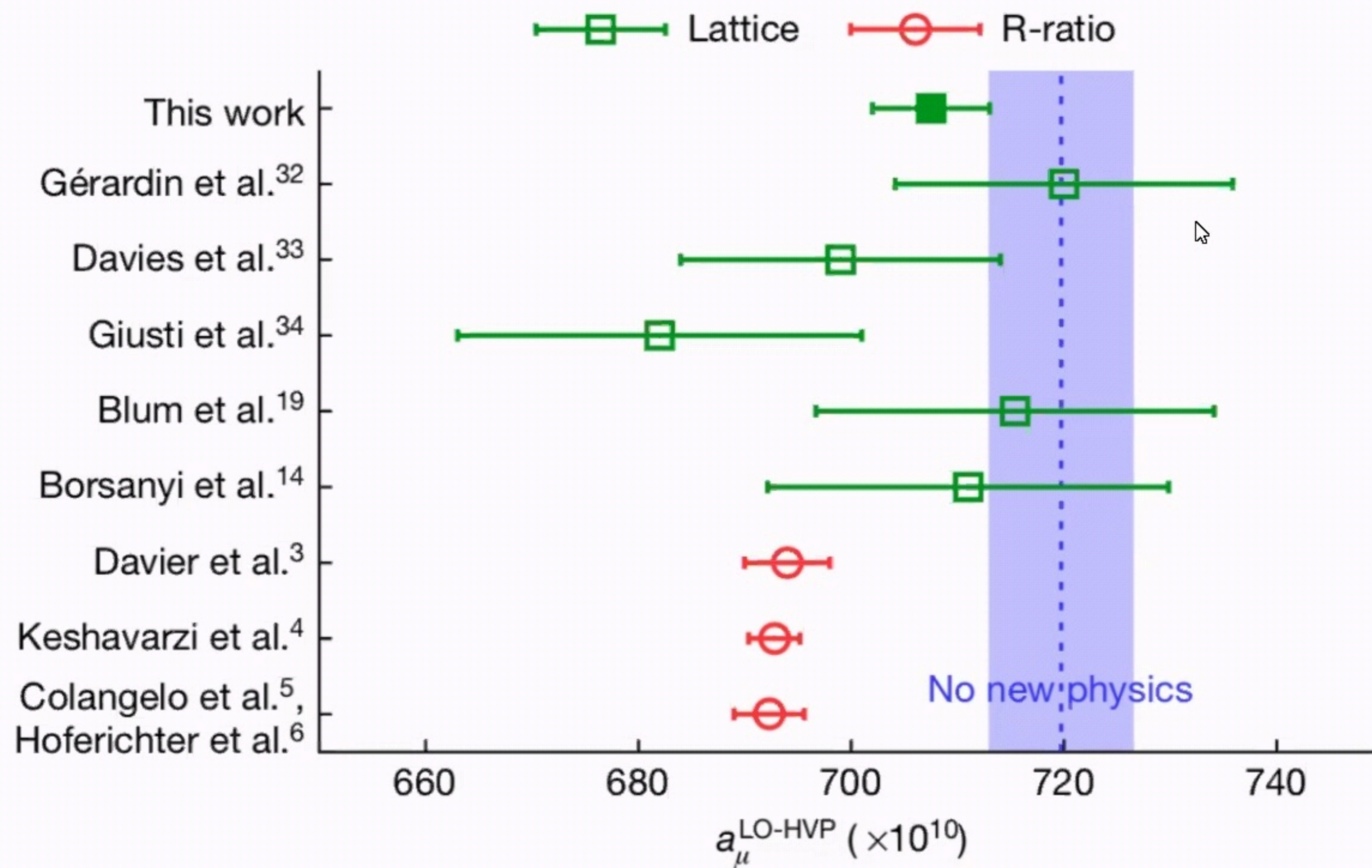
•  $a_\mu^W(\text{ua, conn, iso}) * 10^{10}$  • Plot by D. Giusti



● REC



"Our lattice result shows some tension with the R-ratio determinations of refs.3– 6. Obviously, our findings should be confirmed - or refuted - by other studies using different discretizations of QCD. Those investigations are underway." - quoted from BMW's paper - Nature (2021)



"Our lattice result shows some tension with the R-ratio determinations of refs.3– 6. Obviously, our findings should be confirmed - or refuted - by other studies using different discretizations of QCD. Those investigations are underway." - quoted from BMW's paper - Nature (2021)



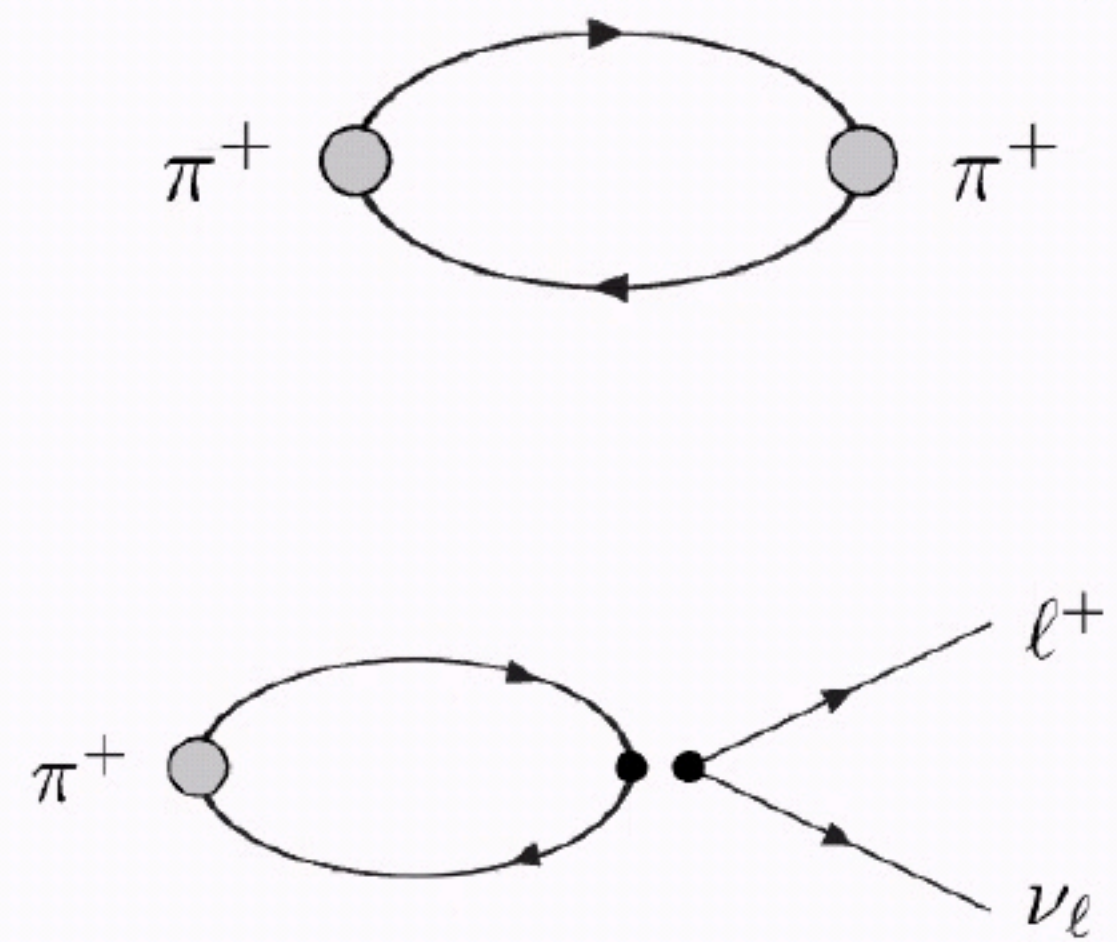
## 其他高阶电弱过程中的非微扰QCD效应

Flavor Lattice Averaging Group

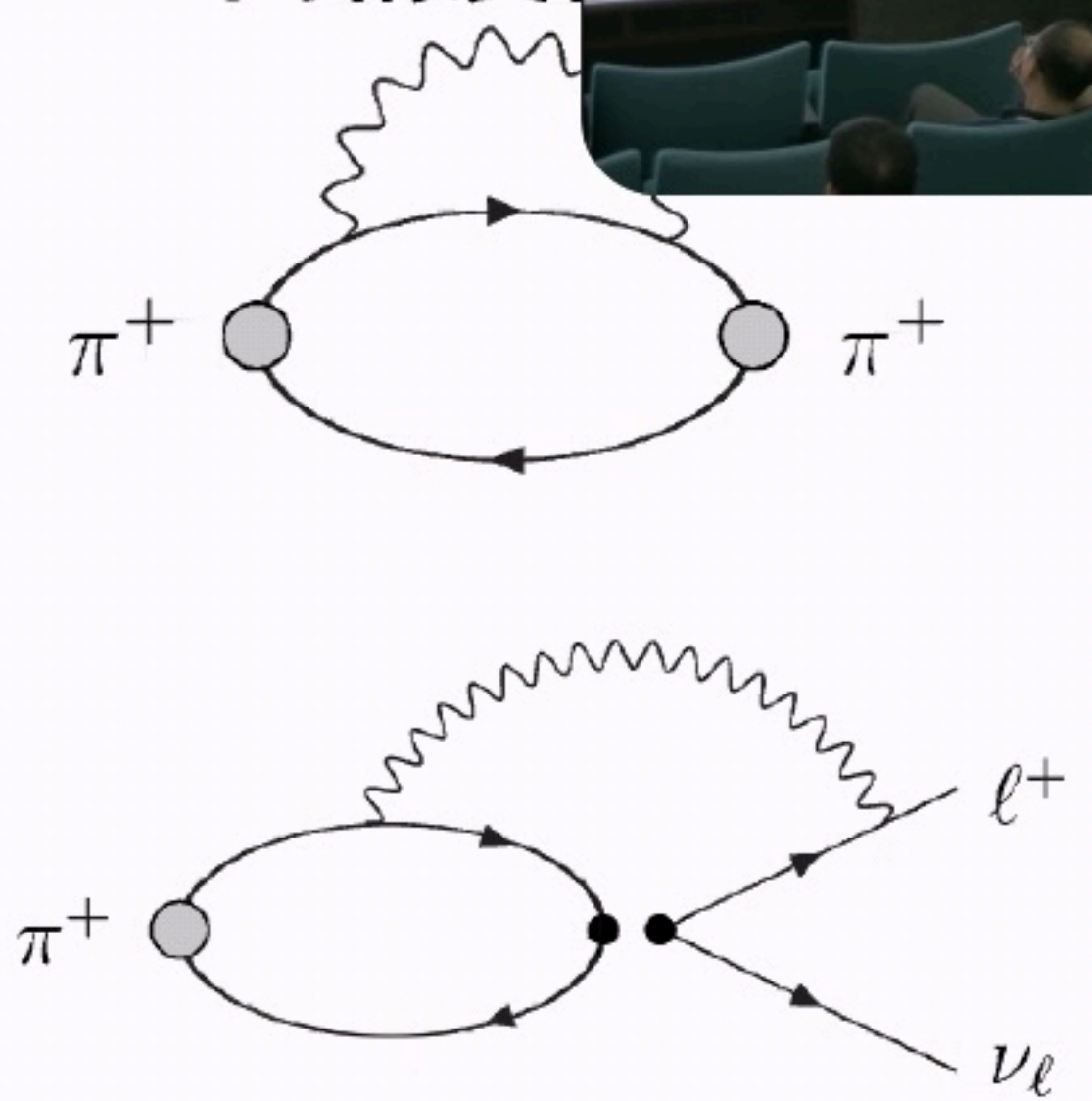


	$N_f$	FLAG average	Frac. Err.
$f_K/f_\pi$	2 + 1 + 1	1.1932(19)	0.16%
$f_+(0)$	2 + 1 + 1	0.9706(27)	0.28%
$f_D$	2 + 1 + 1	212.0(7) MeV	0.33%
$f_{D_s}$	2 + 1 + 1	249.9(5) MeV	0.20%
$f_{D_s}/f_D$	2 + 1 + 1	1.1783(16)	0.13%
$f_B$	2 + 1 + 1	190.0(1.3) MeV	0.68%
$f_{B_s}$	2 + 1 + 1	230.3(1.3) MeV	0.56%
$f_{B_s}/f_B$	2 + 1 + 1	1.209(5)	0.41%

传统计算

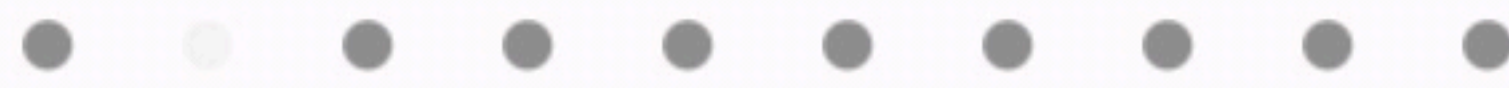


高精度



精度优于 1%  $\Rightarrow$  需要加入电磁相互作用效应  $\Rightarrow$  QCD 中的电磁修正：新的格点研究前沿

注：Flavor Lattice Averaging Group 类似于 Particle Data Group

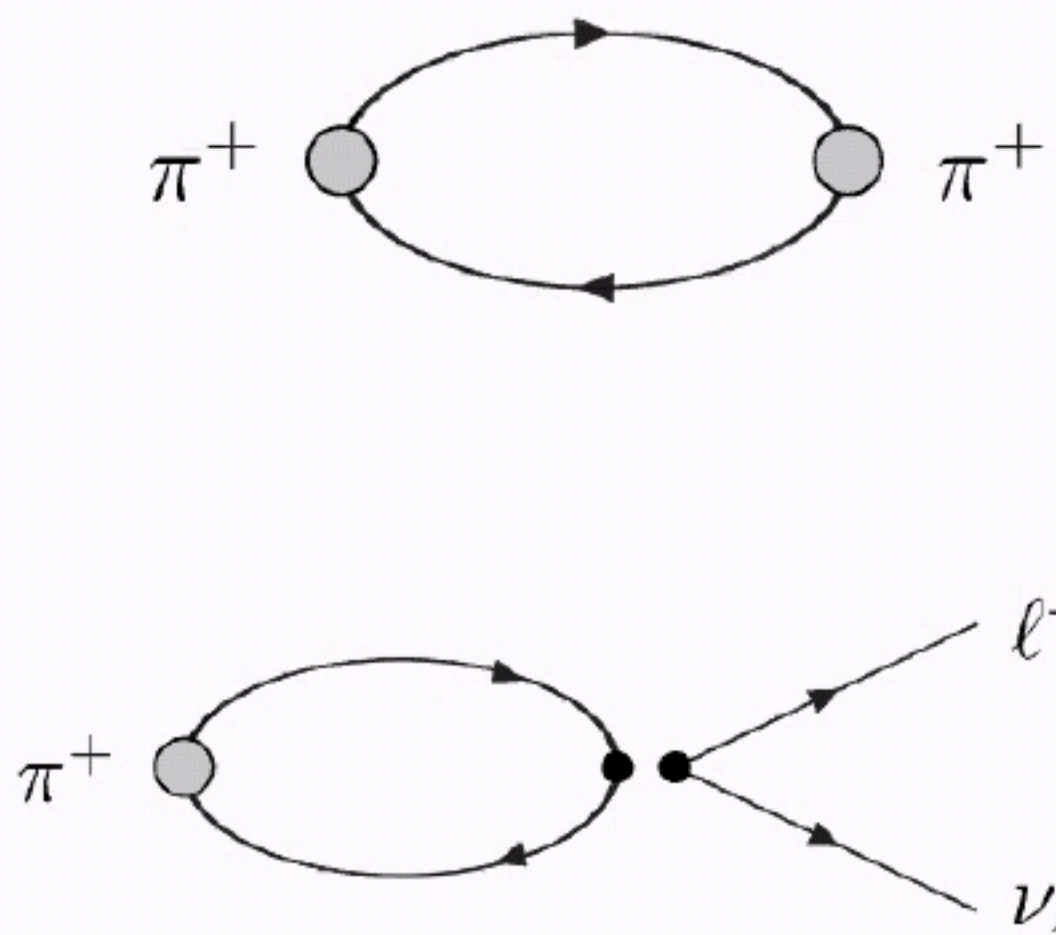


Flavor Lattice Averaging Group

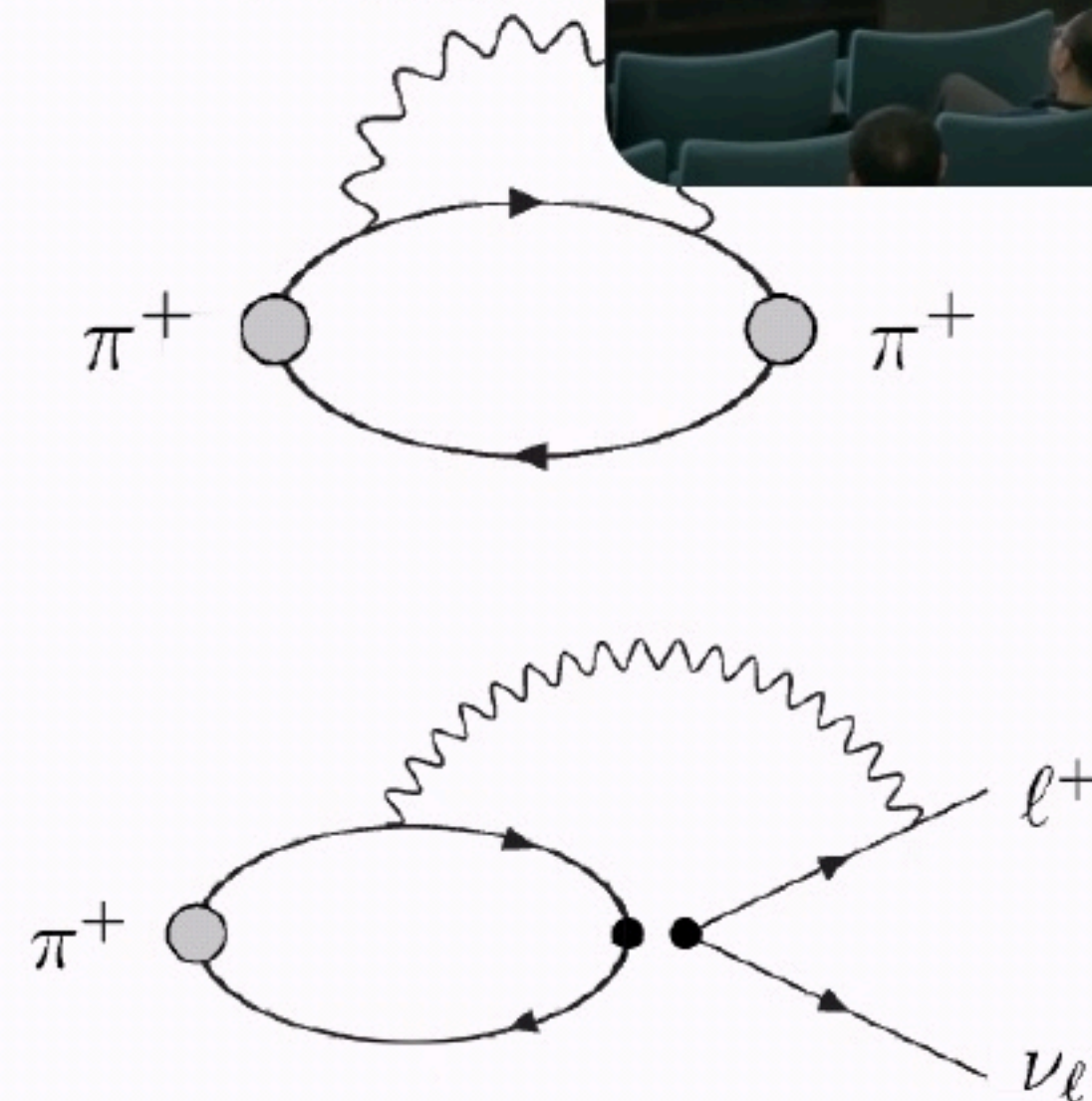


	$N_f$	FLAG average	Frac. Err.
$f_K/f_\pi$	2 + 1 + 1	1.1932(19)	0.16%
$f_+(0)$	2 + 1 + 1	0.9706(27)	0.28%
$f_D$	2 + 1 + 1	212.0(7) MeV	0.33%
$f_{D_s}$	2 + 1 + 1	249.9(5) MeV	0.20%
$f_{D_s}/f_D$	2 + 1 + 1	1.1783(16)	0.13%
$f_B$	2 + 1 + 1	190.0(1.3) MeV	0.68%
$f_{B_s}$	2 + 1 + 1	230.3(1.3) MeV	0.56%
$f_{B_s}/f_B$	2 + 1 + 1	1.209(5)	0.41%

传统计算

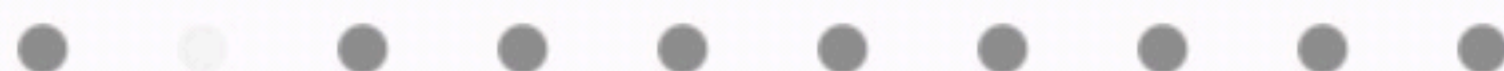


高精度



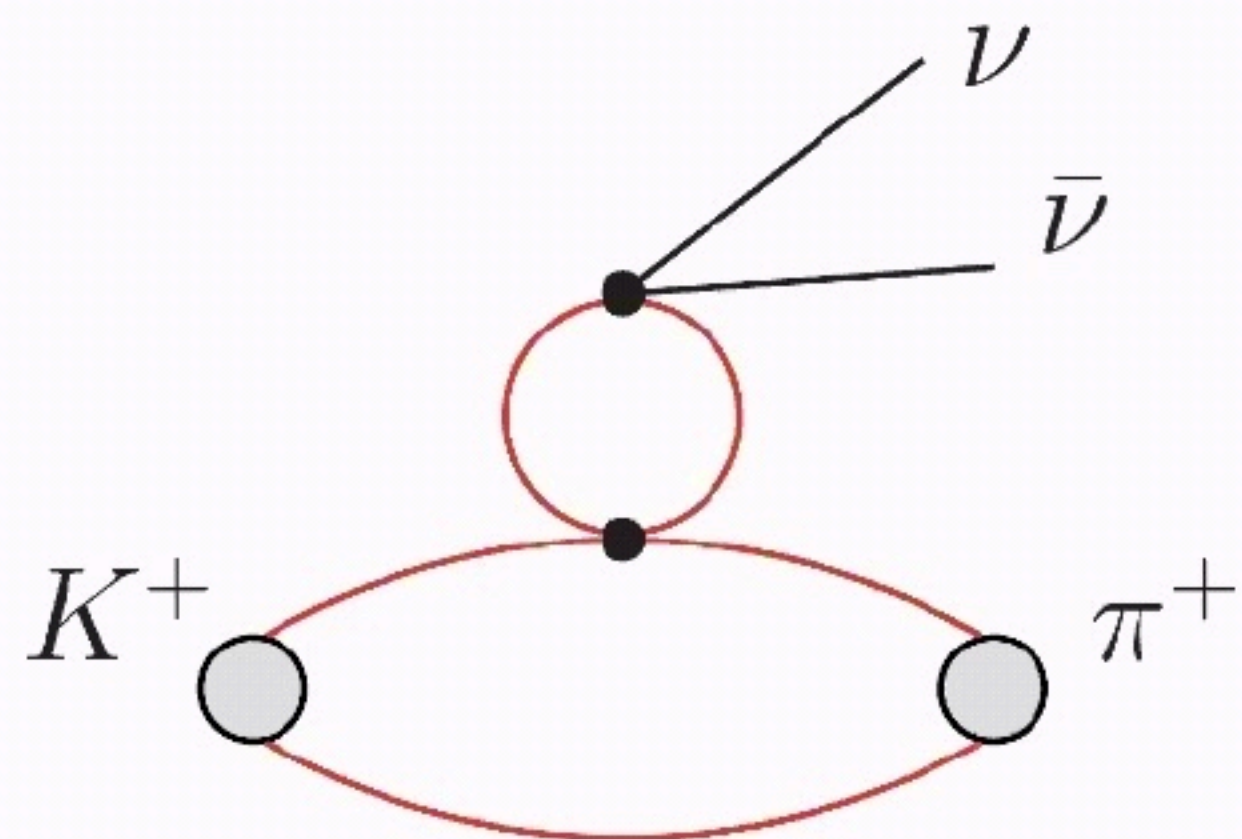
精度优于 1%  $\Rightarrow$  需要加入电磁相互作用效应  $\Rightarrow$  QCD 中的电磁修正: 新的格点研究前沿

注: Flavor Lattice Averaging Group 类似于 Particle Data Group

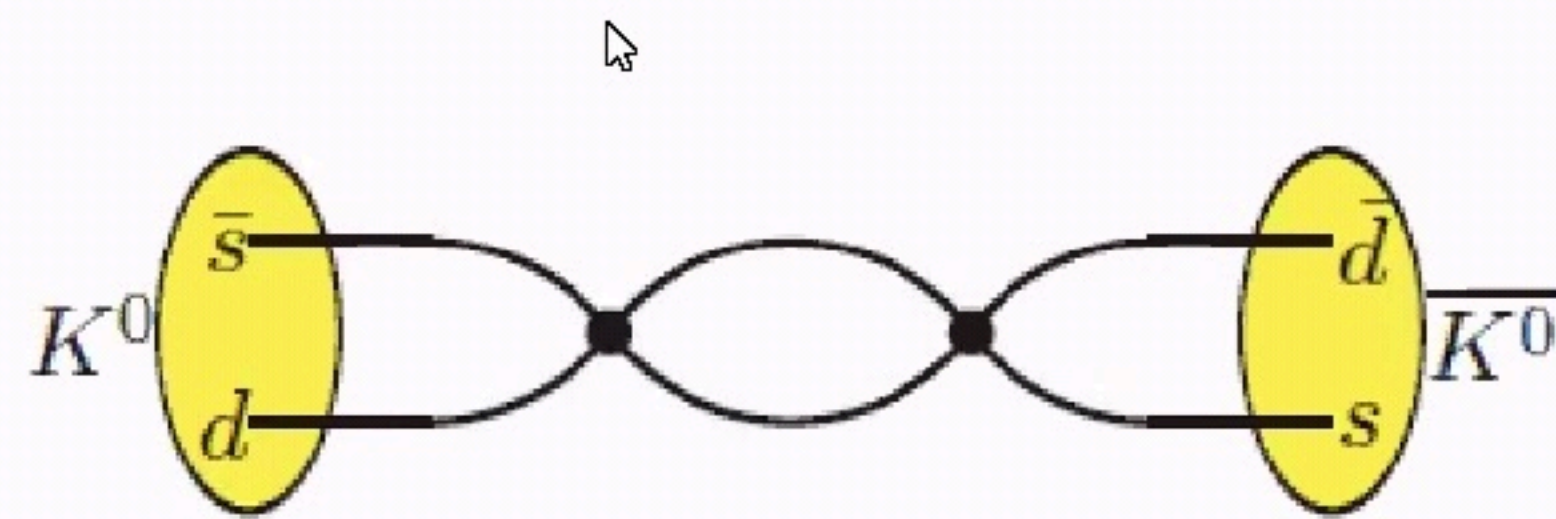




以稀有K介子衰变和中性K介子混合为例



$K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$   
 产率  $1.73^{+1.15}_{-1.05} \times 10^{-10}$



$K^0 - \bar{K}^0$  混合  
 $\Delta M_K = 3.483(6) \times 10^{-12} \text{ MeV}$

均是高阶电弱过程 -> 标准模型贡献被高阶压低

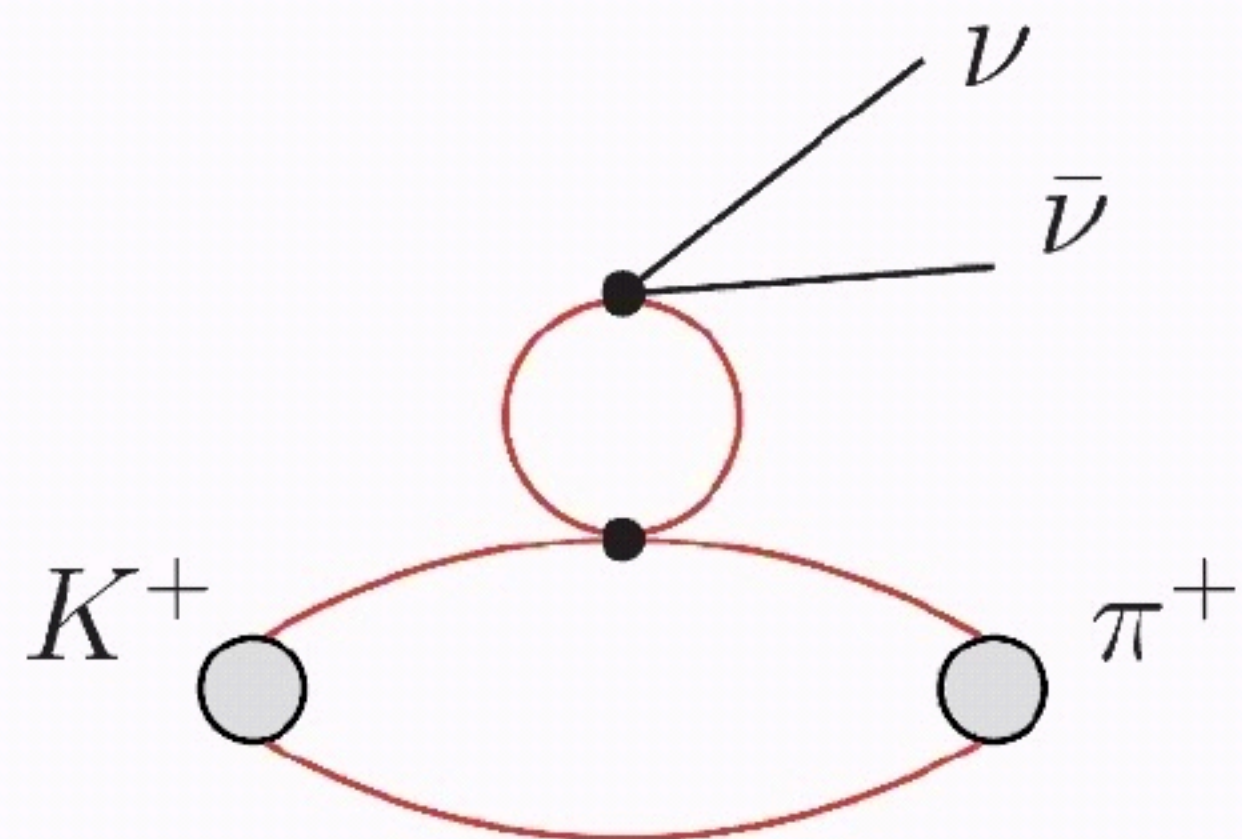


高精度前沿寻找新物理的理想场所

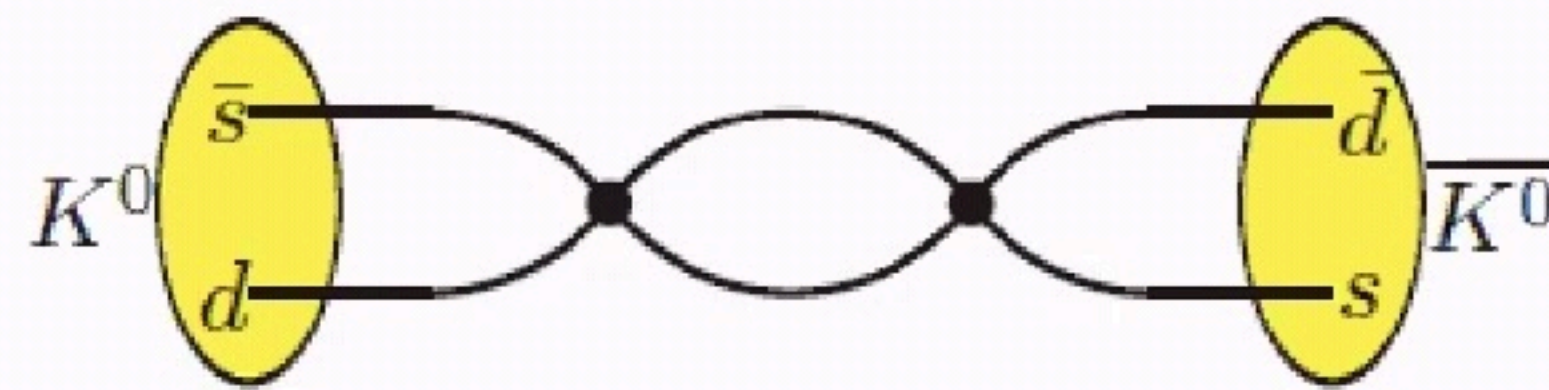


通过稀有、高阶过程寻找新物理，也是BESIII等实验的重要物理目标之一

以稀有K介子衰变和中性K介子混合为例



$K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$   
 产率  $1.73^{+1.15}_{-1.05} \times 10^{-10}$



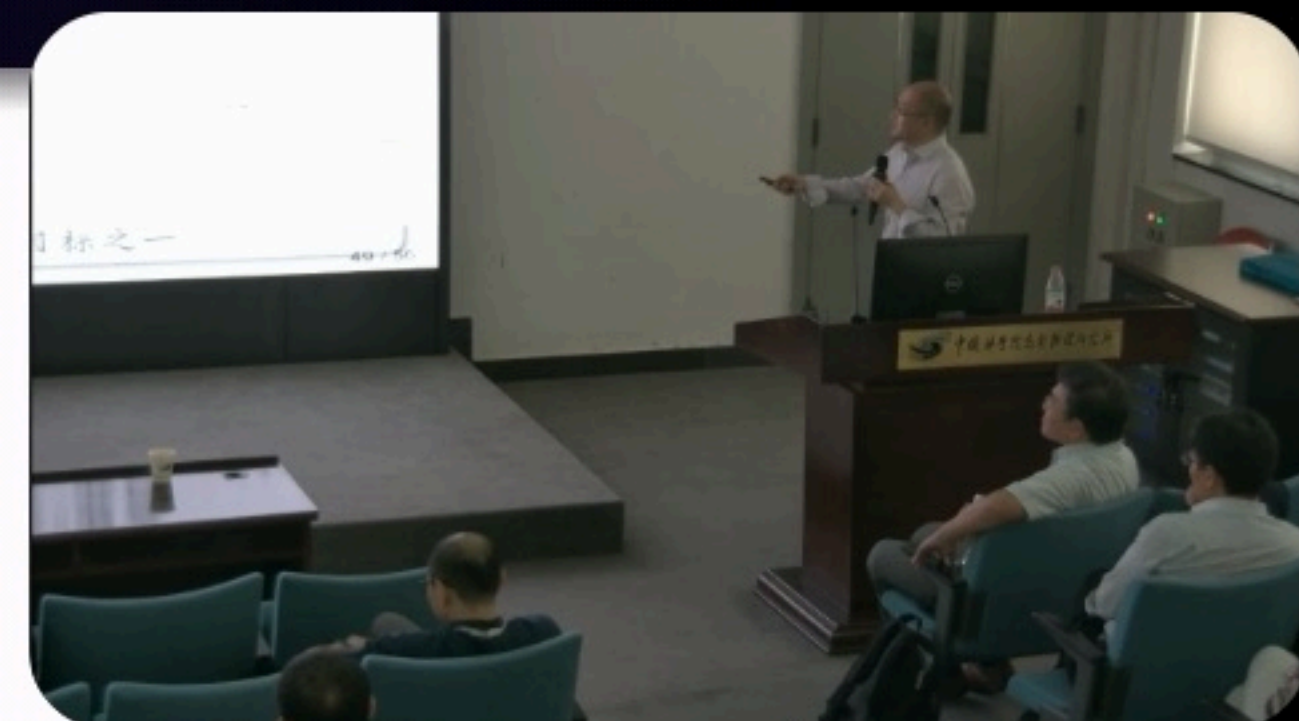
$K^0 - \bar{K}^0$  混合  
 $\Delta M_K = 3.483(6) \times 10^{-12} \text{ MeV}$

均是高阶电弱过程 -> 标准模型贡献被高阶压低



高精度前沿寻找新物理的理想场所

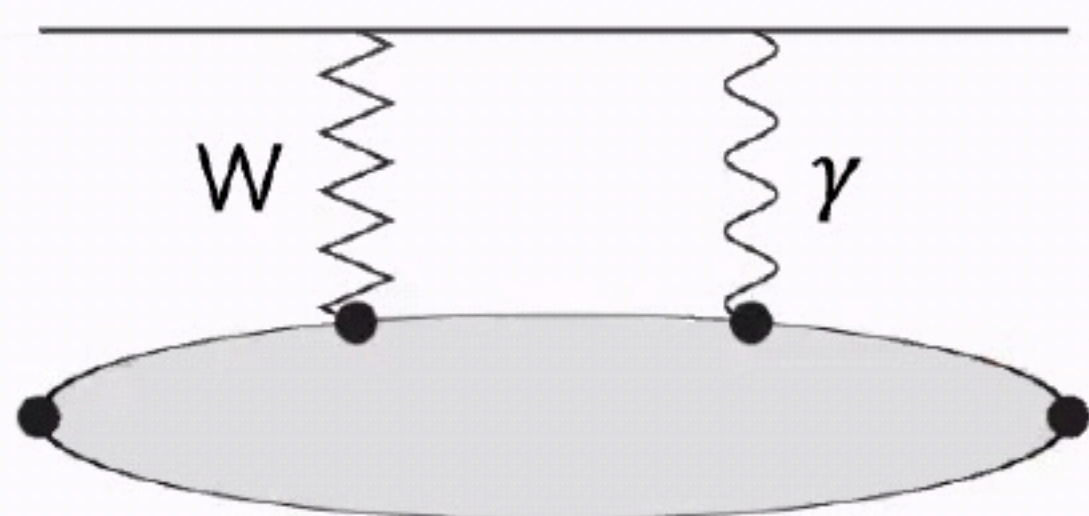
通过稀有、高阶过程寻找新物理，也是BESIII等实验的重要物理目标之一



## ◆ CKM矩阵是标准模型中的最基本参数

高精度前沿的重要目标之一，就是精确确定 $V_{ud}$ 等CKM矩阵元

但是...



光子-W玻色子圈图( $\gamma W$ 圈图)  
⇒贡献了最主要的理论误差

A. Sirlin, Rev.Mod.Phys. 50 (1978) 573



Cabibbo Kobayashi Maskawa

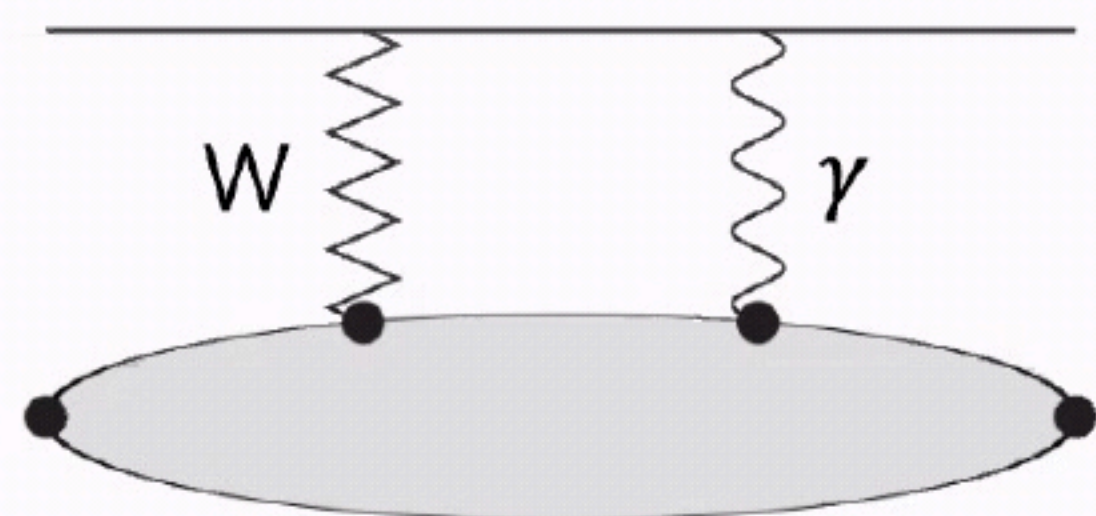
- 早在1970年代末，人们就已经知道 $\gamma W$ 圈图的重要性
- 由于非微扰QCD效应在 $\gamma W$ 圈图中占重要贡献，微扰计算的方法失效
- 理论计算仍然基于一定的唯象模型假设

用格点QCD解决CKM物理领域的精确计算难题

## ◆ CKM矩阵是标准模型中的最基本参数

高精度前沿的重要目标之一，就是精确确定 $V_{ud}$ 等CKM矩阵元

但是...



光子-W玻色子圈图( $\gamma W$ 圈图)  
⇒贡献了最主要的理论误差

A. Sirlin, Rev.Mod.Phys. 50 (1978) 573



Cabibbo Kobayashi Maskawa

- 早在1970年代末，人们就已经知道 $\gamma W$ 圈图的重要性
- 由于非微扰QCD效应在 $\gamma W$ 圈图中占重要贡献，微扰计算的方法失效
- 理论计算仍然基于一定的唯象模型假设

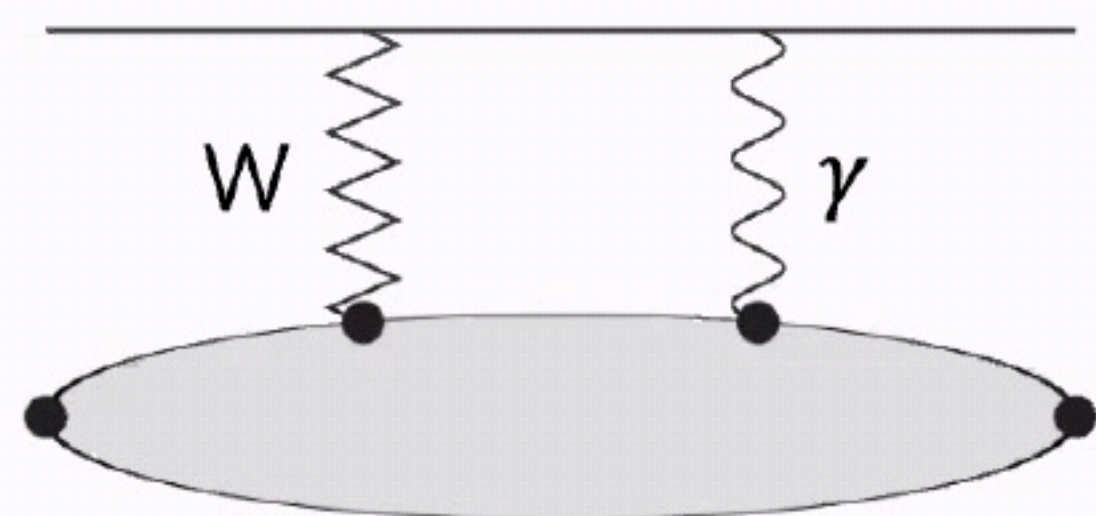


用格点QCD解决CKM物理领域的精确计算难题

## ◆ CKM矩阵是标准模型中的最基本参数

高精度前沿的重要目标之一，就是精确确定 $V_{ud}$ 等CKM矩阵元

但是...



光子-W玻色子圈图( $\gamma W$ 圈图)  
⇒贡献了最主要的理论误差

A. Sirlin, Rev.Mod.Phys. 50 (1978) 573



Cabibbo Kobayashi Maskawa

- 早在1970年代末，人们就已经知道 $\gamma W$ 圈图的重要性
- 由于非微扰QCD效应在 $\gamma W$ 圈图中占重要贡献，微扰计算的方法失效
- 理论计算仍然基于一定的唯象模型假设

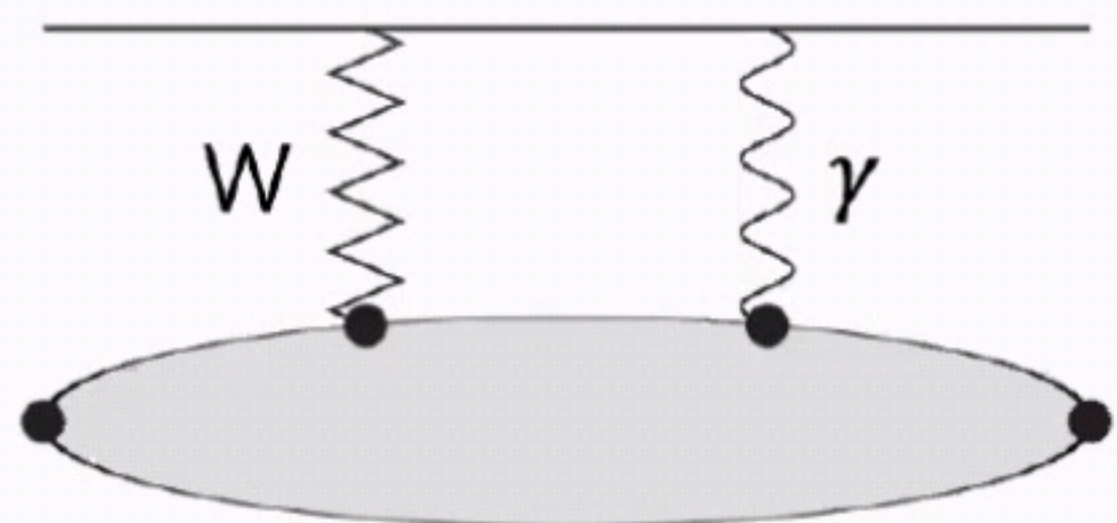


用格点QCD解决CKM物理领域的精确计算难题

## ◆ CKM矩阵是标准模型中的最基本参数

高精度前沿的重要目标之一，就是精确确定 $V_{ud}$ 等CKM矩阵元

但是...



光子-W玻色子圈图( $\gamma W$ 圈图)  
⇒贡献了最主要的理论误差

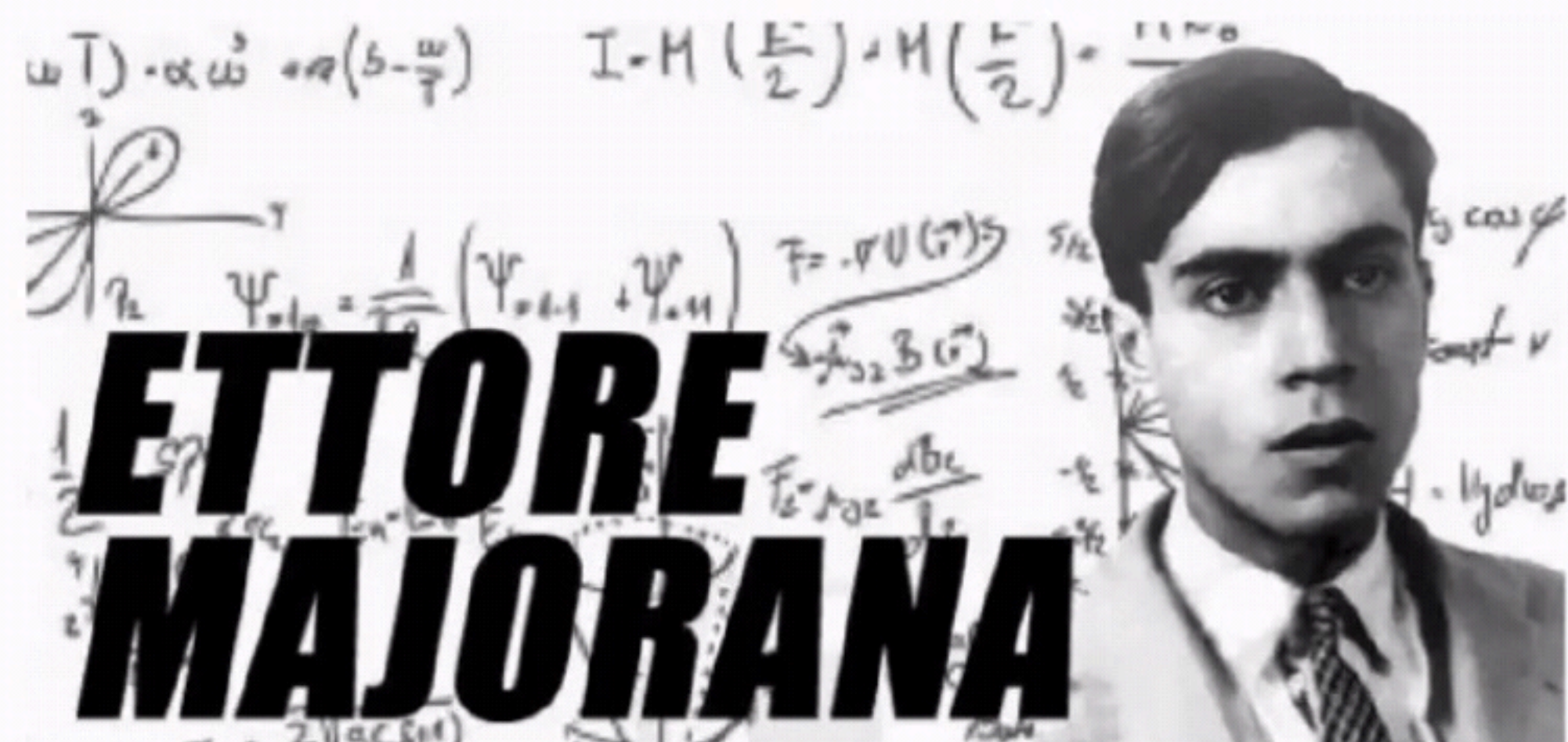
A. Sirlin, Rev.Mod.Phys. 50 (1978) 573



Cabibbo Kobayashi Maskawa

- 早在1970年代末，人们就已经知道 $\gamma W$ 圈图的重要性
- 由于非微扰QCD效应在 $\gamma W$ 圈图中占重要贡献，微扰计算的方法失效
- 理论计算仍然基于一定的唯象模型假设

用格点QCD解决CKM物理领域的精确计算难题



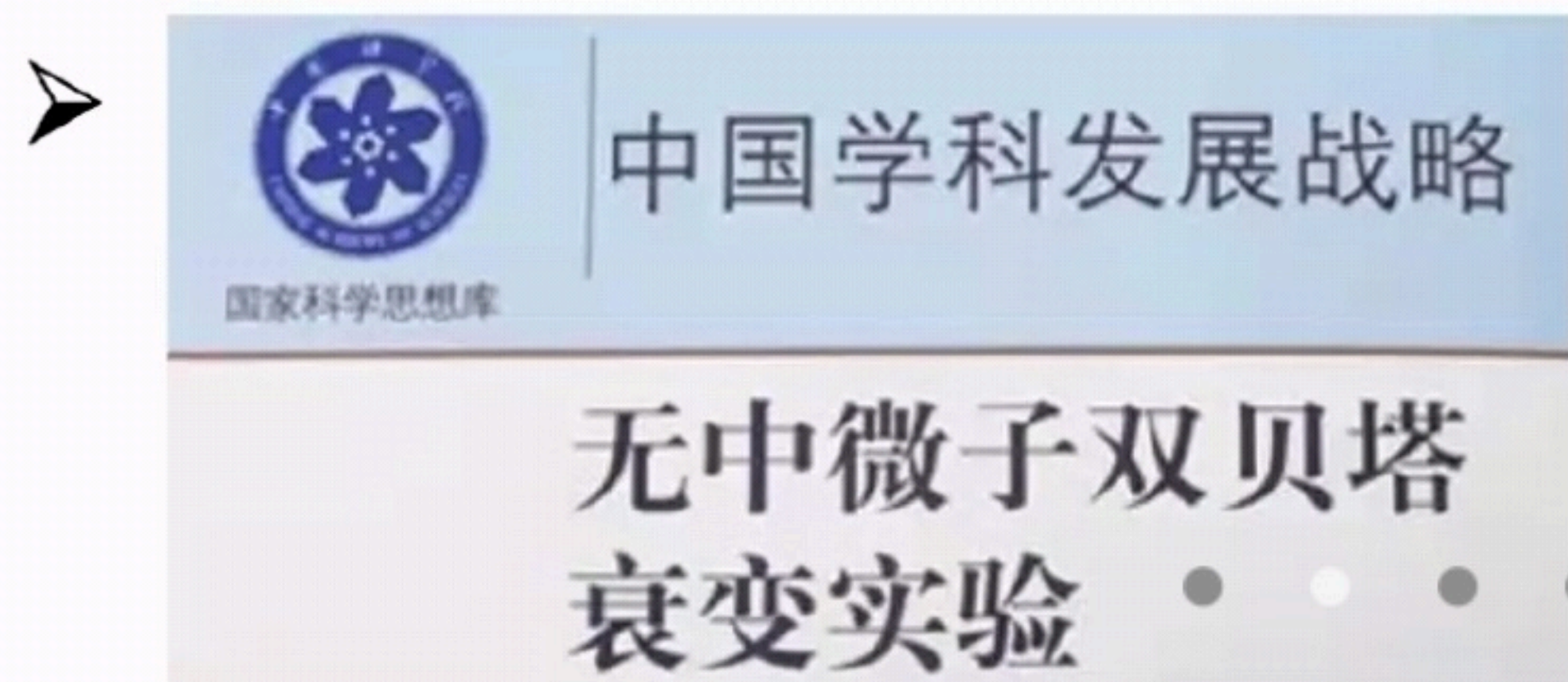
无中微子双贝塔( $0\nu 2\beta$ )衰变一旦

——确认马约拉纳粒子的存在  
(中性费米子, 粒子=反粒子)

⇒ 带给人类对于自然界的全新认识  
给基础粒子物理学带来重大突破



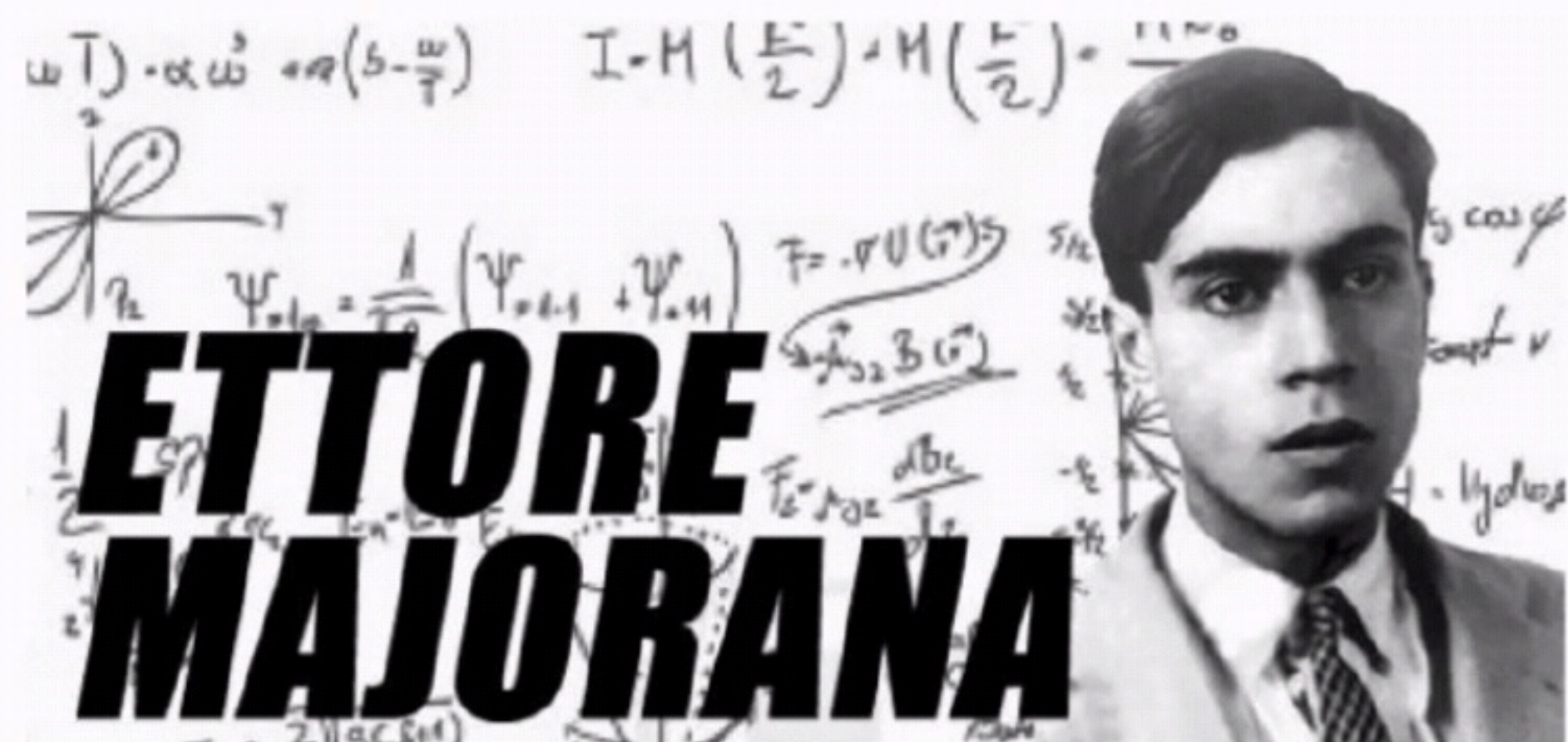
➤  $0\nu 2\beta$ 实验被列为美国2015年《核科学十年规划》新建项目第一位



中国锦屏地下实验室自然条件优越



国内多家单位正在积极开展该实验

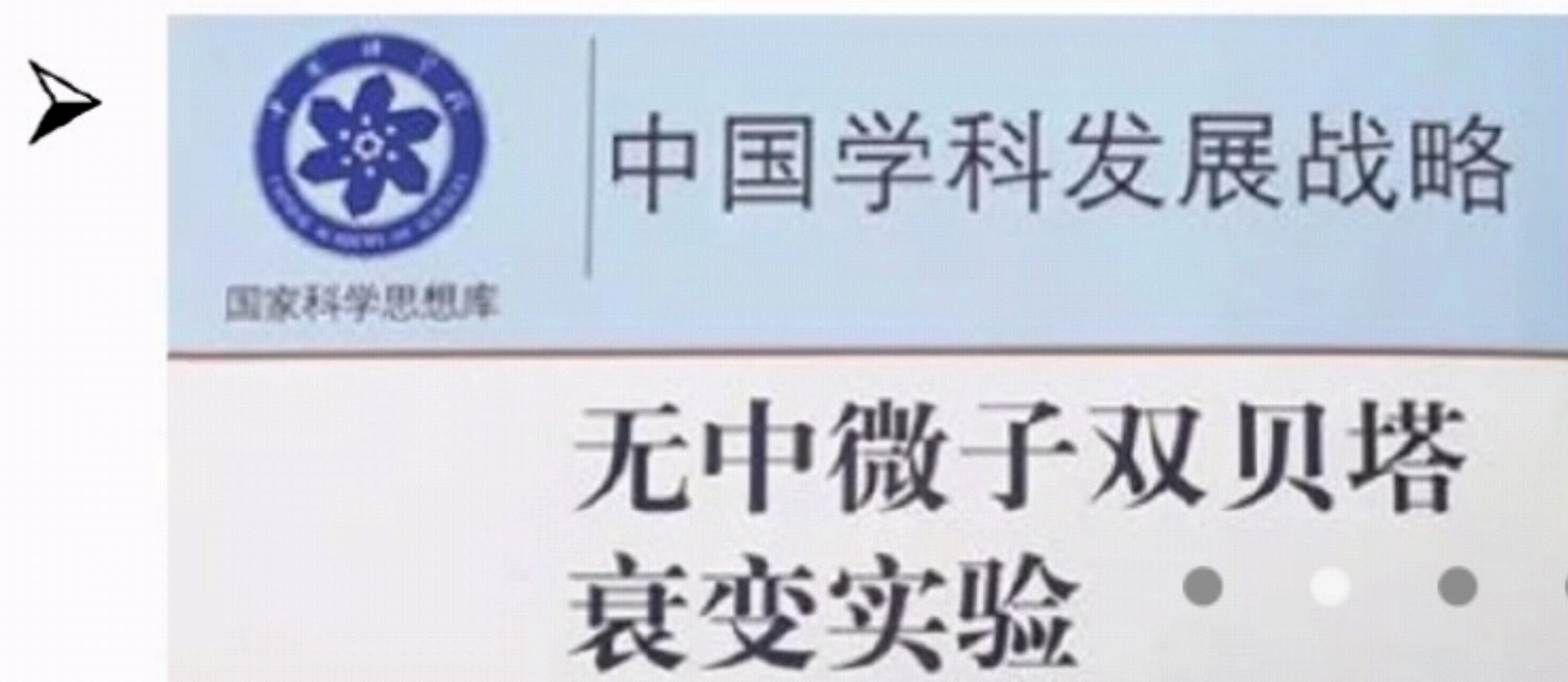


无中微子双贝塔( $0\nu 2\beta$ )衰变一旦被探测到

——确认马约拉纳粒子的存在  
(中性费米子, 粒子=反粒子)

⇒ 带给人类对于自然界的全新认识  
给基础粒子物理学带来重大突破

➤  $0\nu 2\beta$ 实验被列为美国2015年《核科学十年规划》新建项目第一位



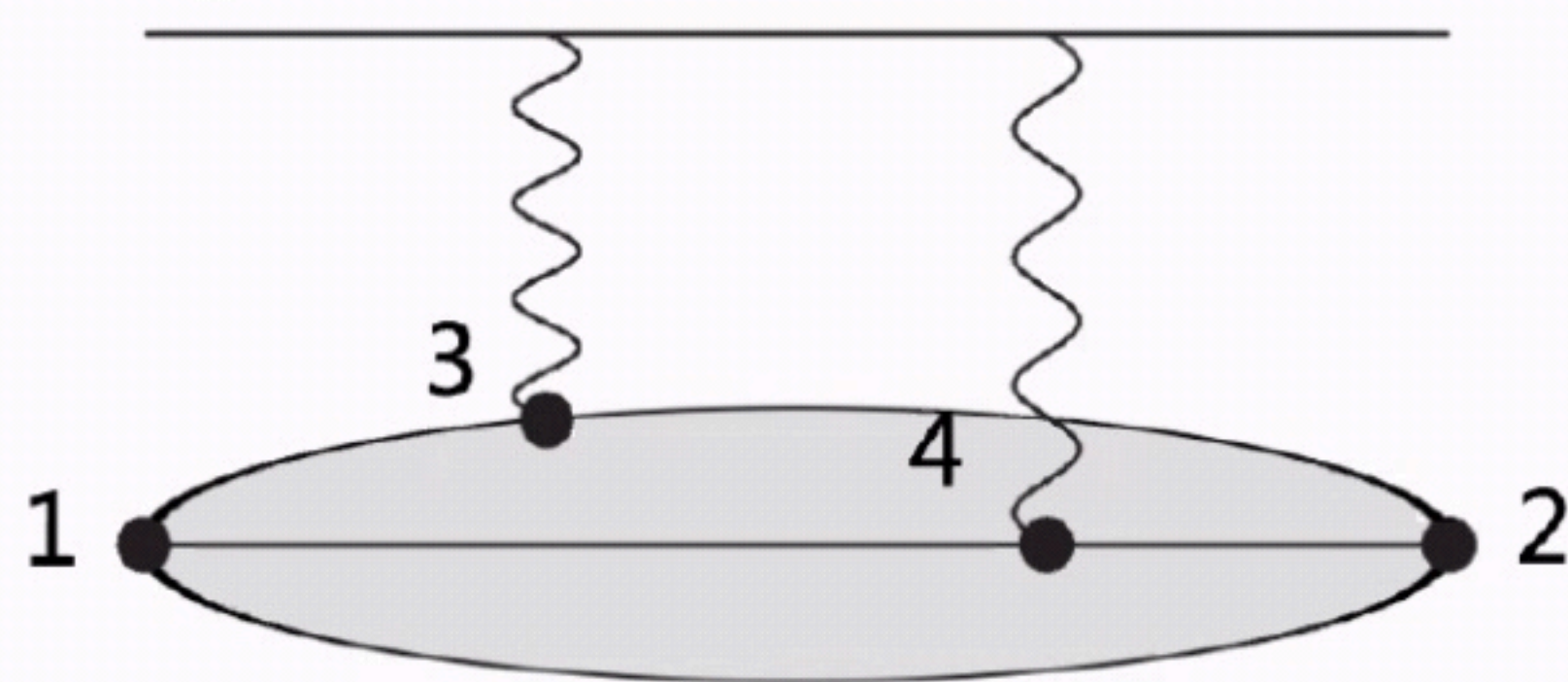
中国锦屏地下实验室自然条件优越



国内多家单位正在积极开展该实验

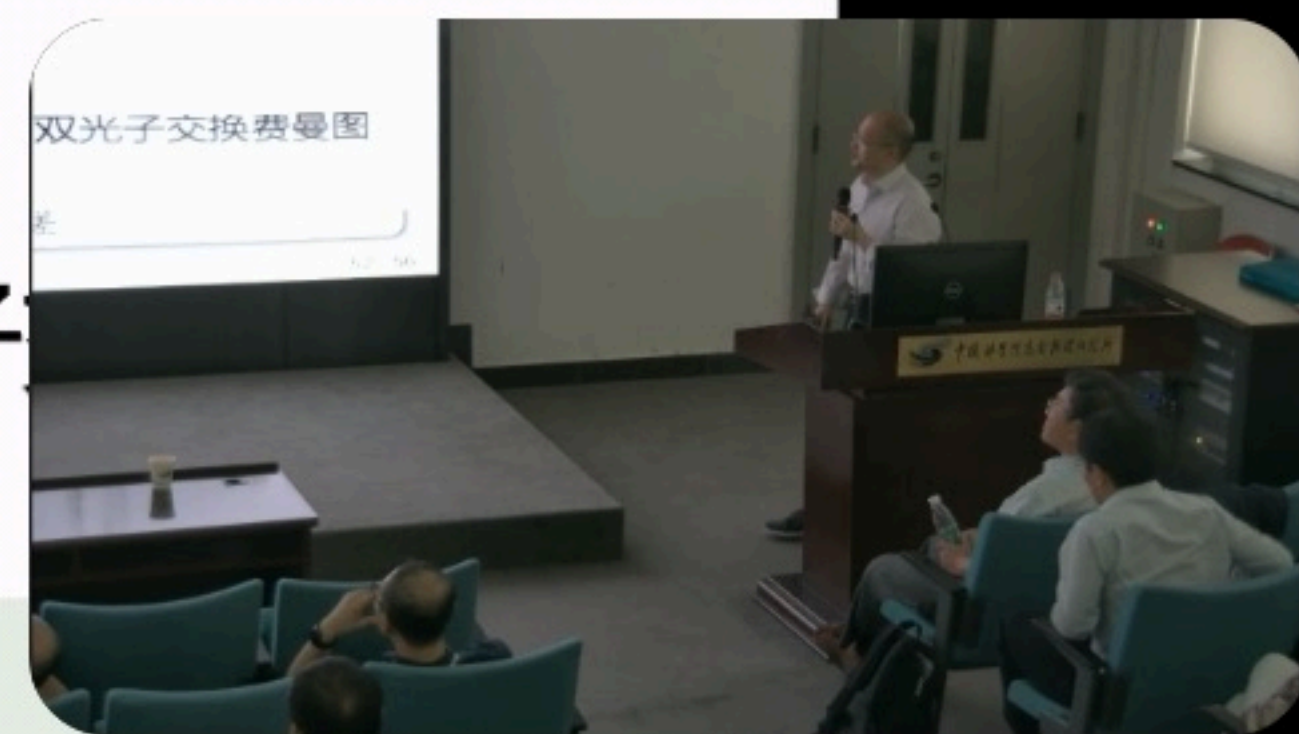


- 质子—构成物质世界的最基本粒子之一
- 2010年：缪氢原子光谱实验，质子的电荷半径与之前全球实验平均值偏差超过 $5\sigma$   
→这就是所谓的“质子大小之谜”

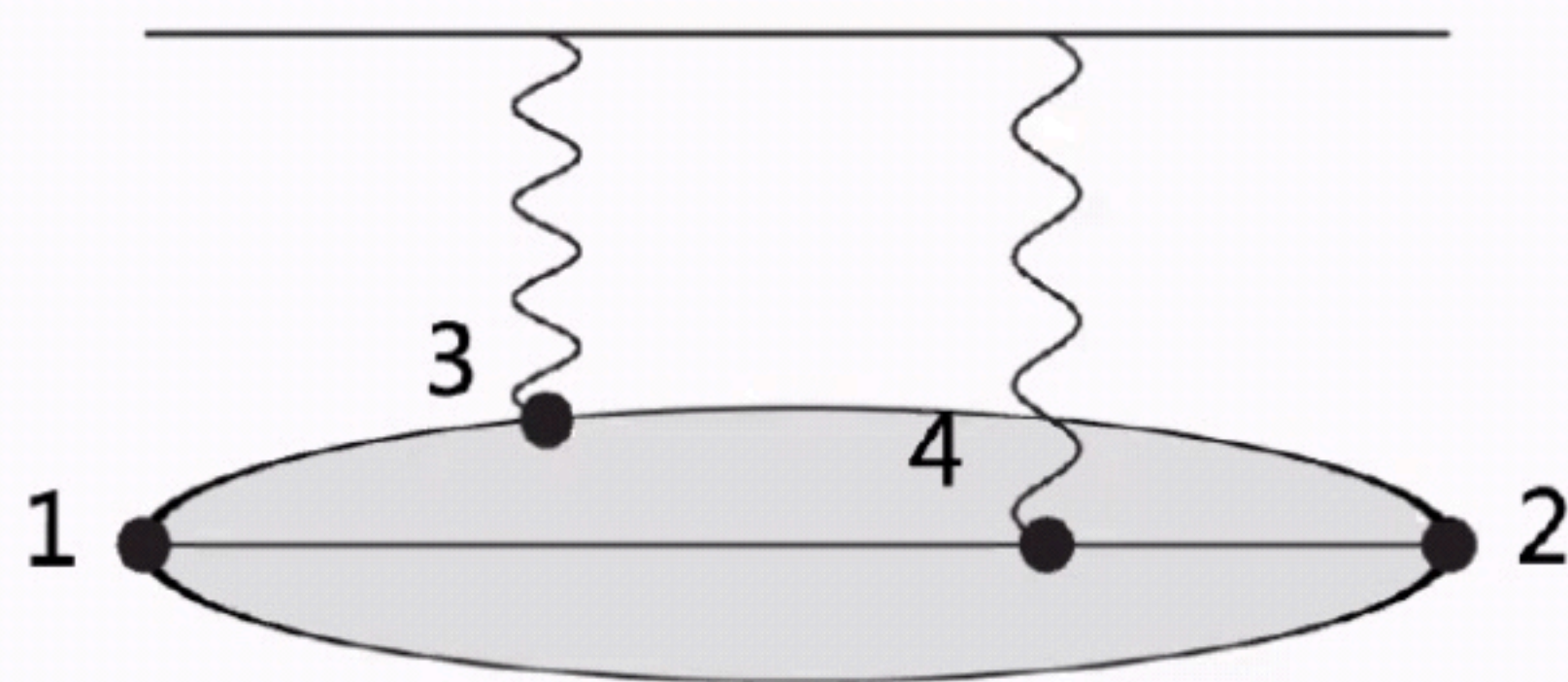
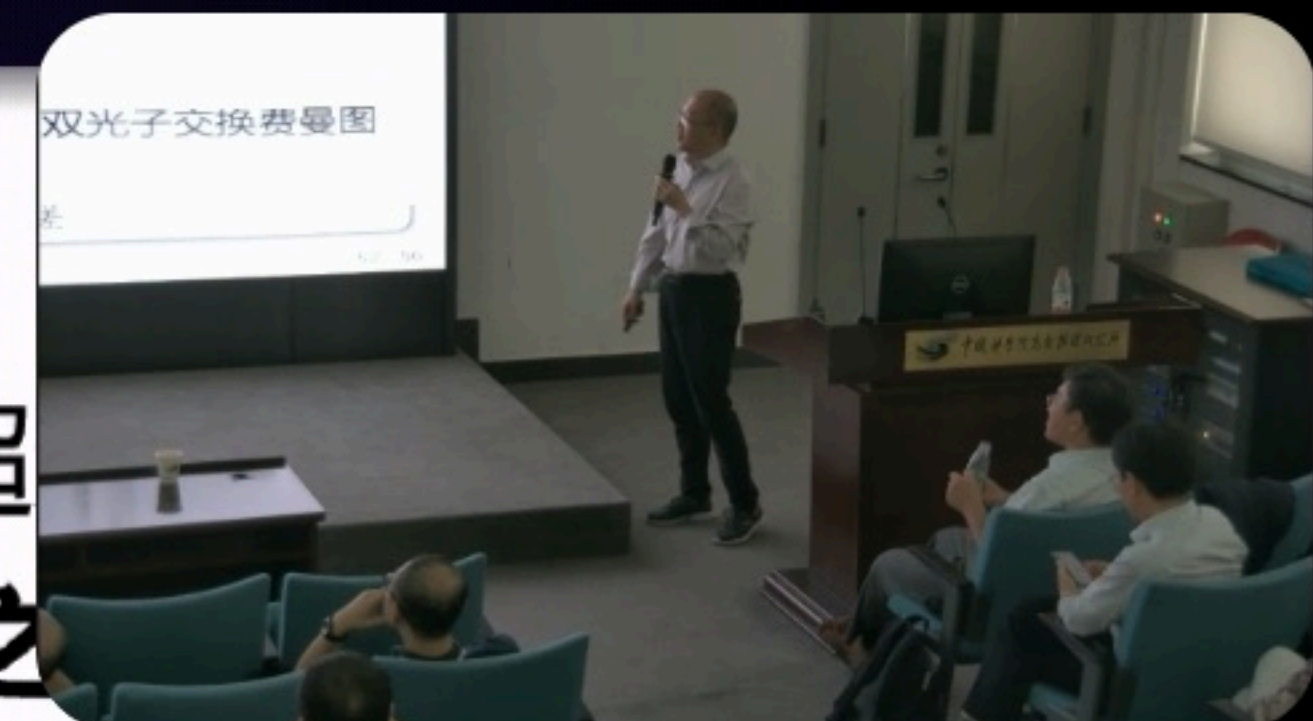


- 缪氢原子光谱提供了最精确的测量值
- 其最主要理论误差来源于双光子

用格点QCD计算双光子交换费曼图，降低最主要的理论误差



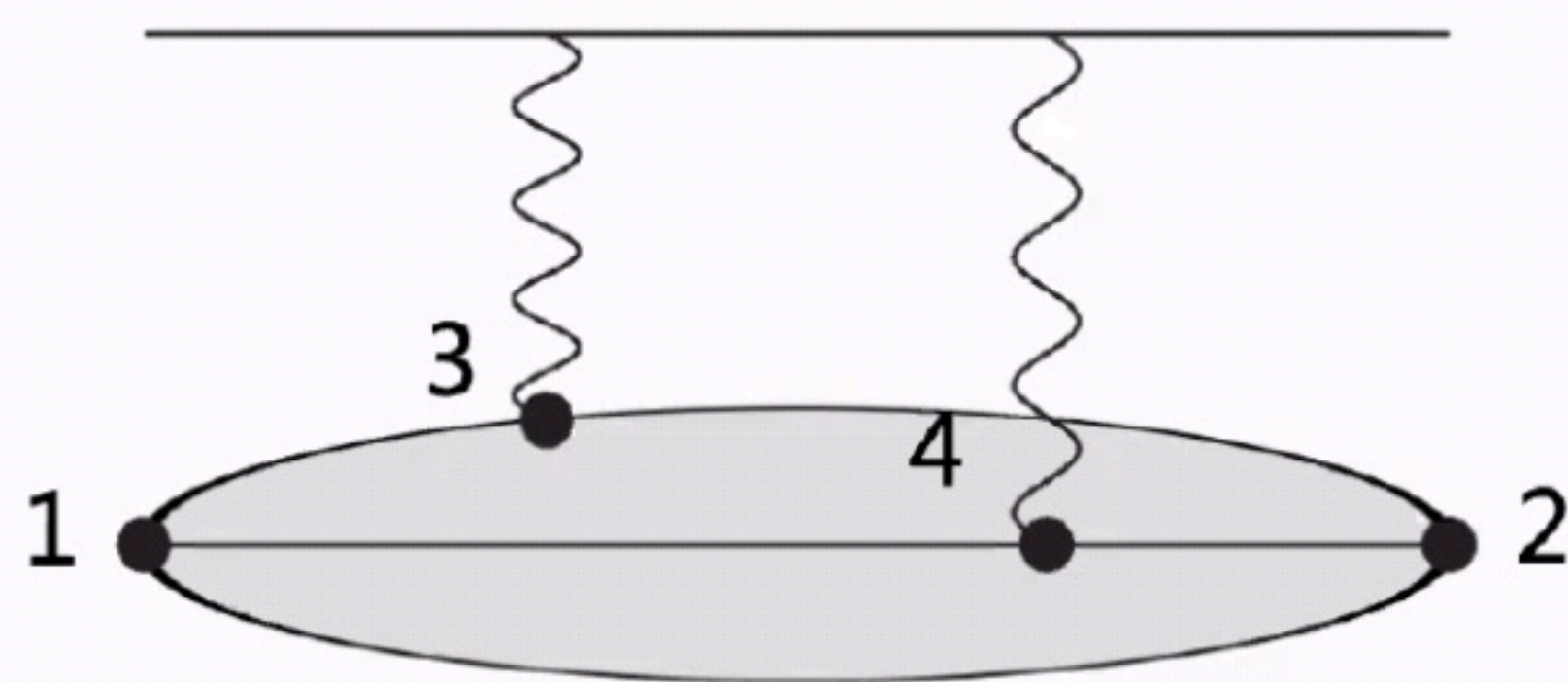
- 质子—构成物质世界的最基本粒子之一
- 2010年：缪氢原子光谱实验，质子的电荷半径与之前全球实验平均值偏差超1%  
→这就是所谓的“质子大小之谜”



- 缪氢原子光谱提供了最精确的测量值
- 其最主要理论误差来源于双光子交换费曼图

用格点QCD计算双光子交换费曼图，降低最主要的理论误差

- 质子—构成物质世界的最基本粒子之一
- 2010年：缪氢原子光谱实验，质子的电荷半径与之前全球实验平均值偏差超  
→这就是所谓的“质子大小之谜”



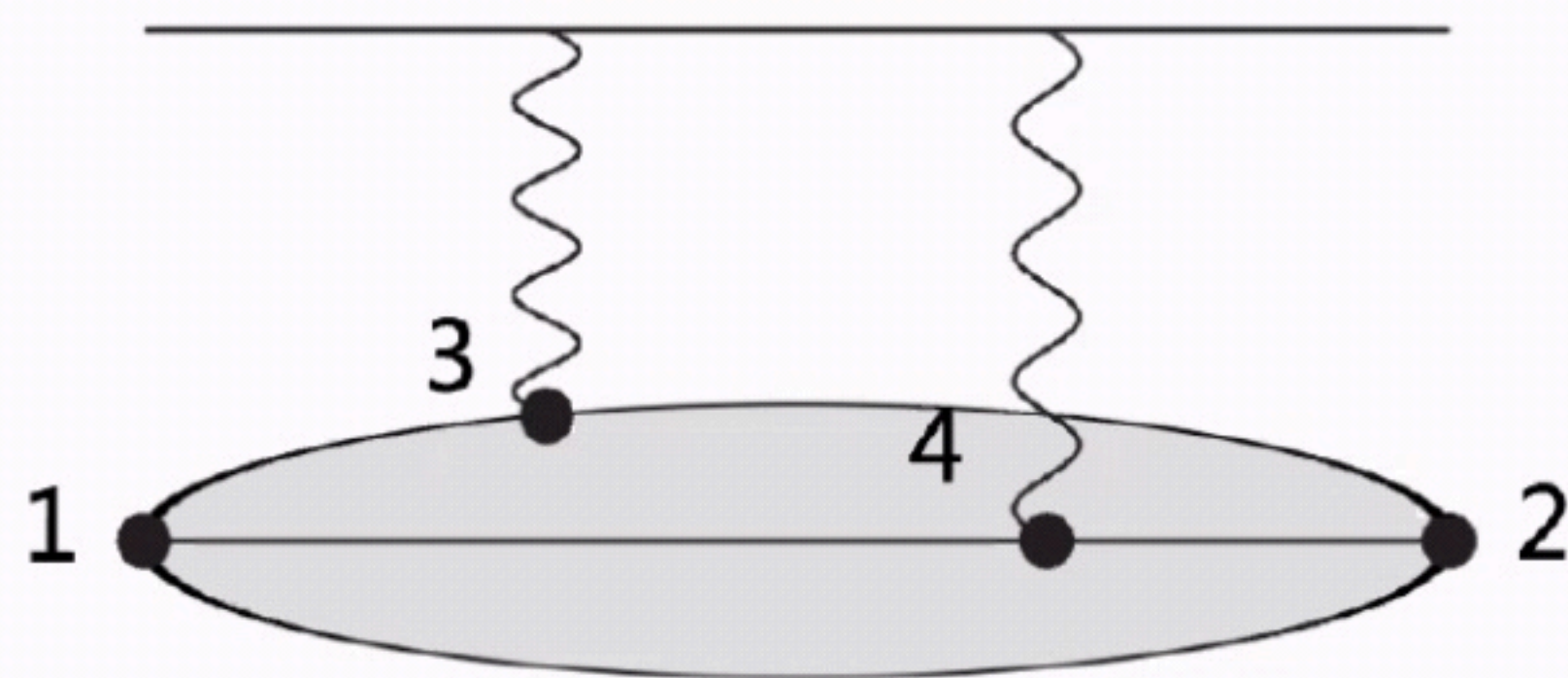
- 缪氢原子光谱提供了最精确的测量值
- 其最主要理论误差来源于双光子交换费曼图

用格点QCD计算双光子交换费曼图，降低最主要的理论误差



构成物质世界的最基本粒子之一

缪氢原子光谱实验，质子的电荷半径与之前全球实验平均值偏差超过 $5\sigma$   
→这就是所谓的“质子大小之谜”

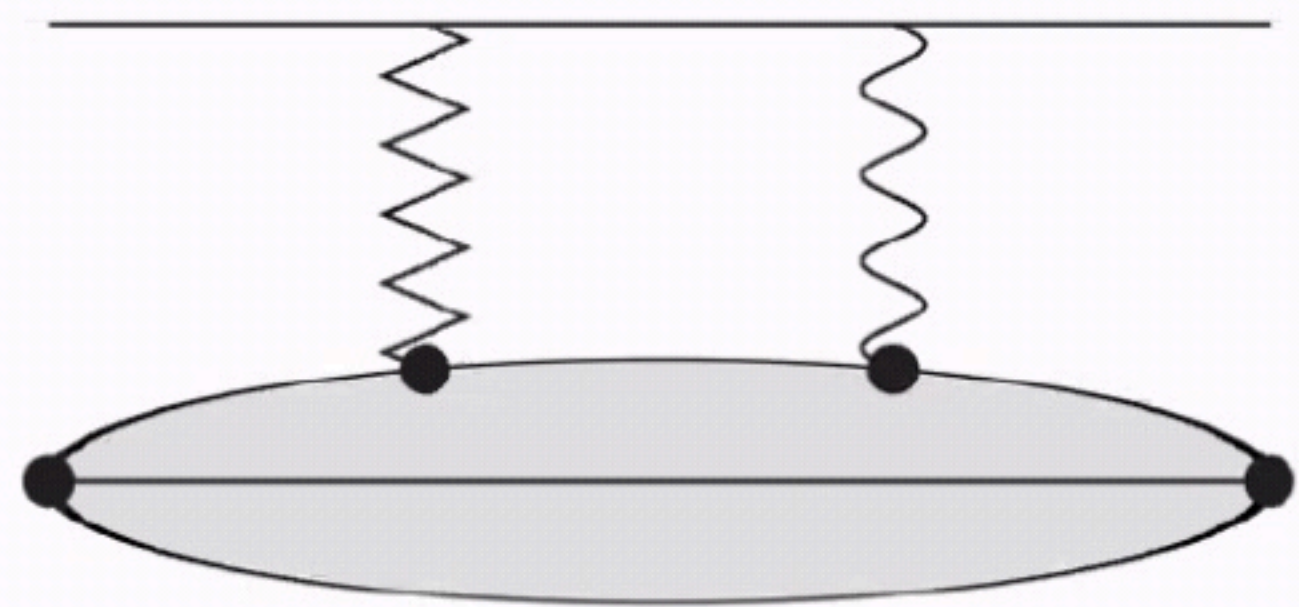


• 缪氢原子光谱提供了最精确的测量值

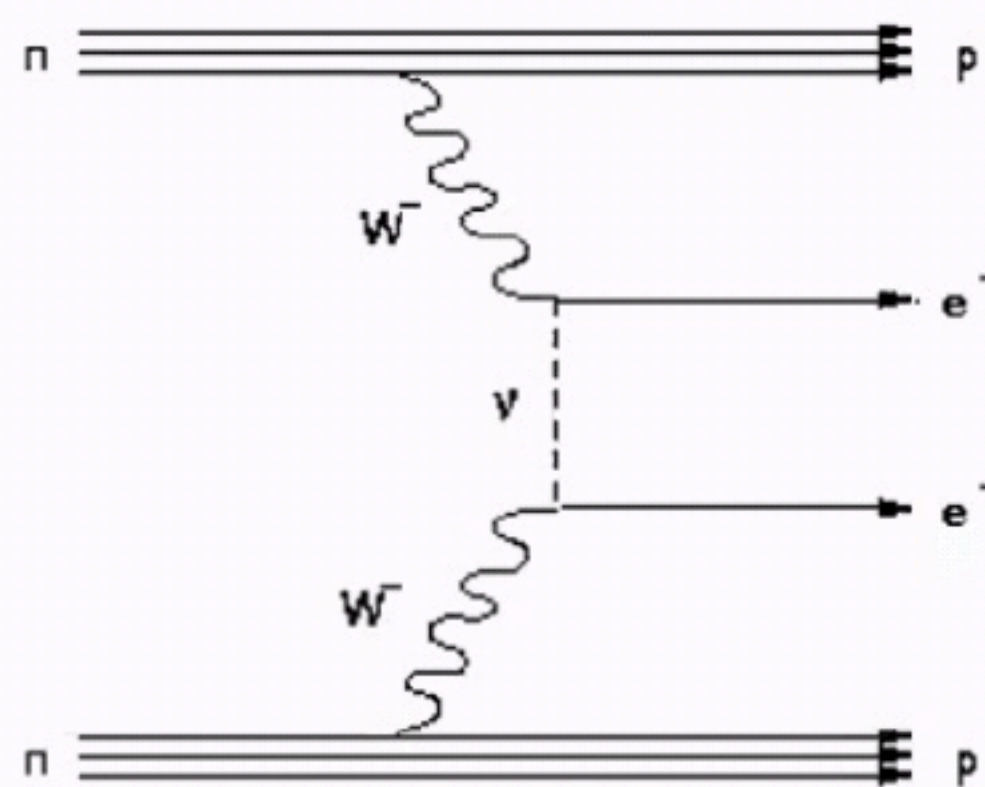
• 其最主要理论误差来源于双光子交换费曼图

用格点QCD计算双光子交换费曼图，降低最主要的理论误差

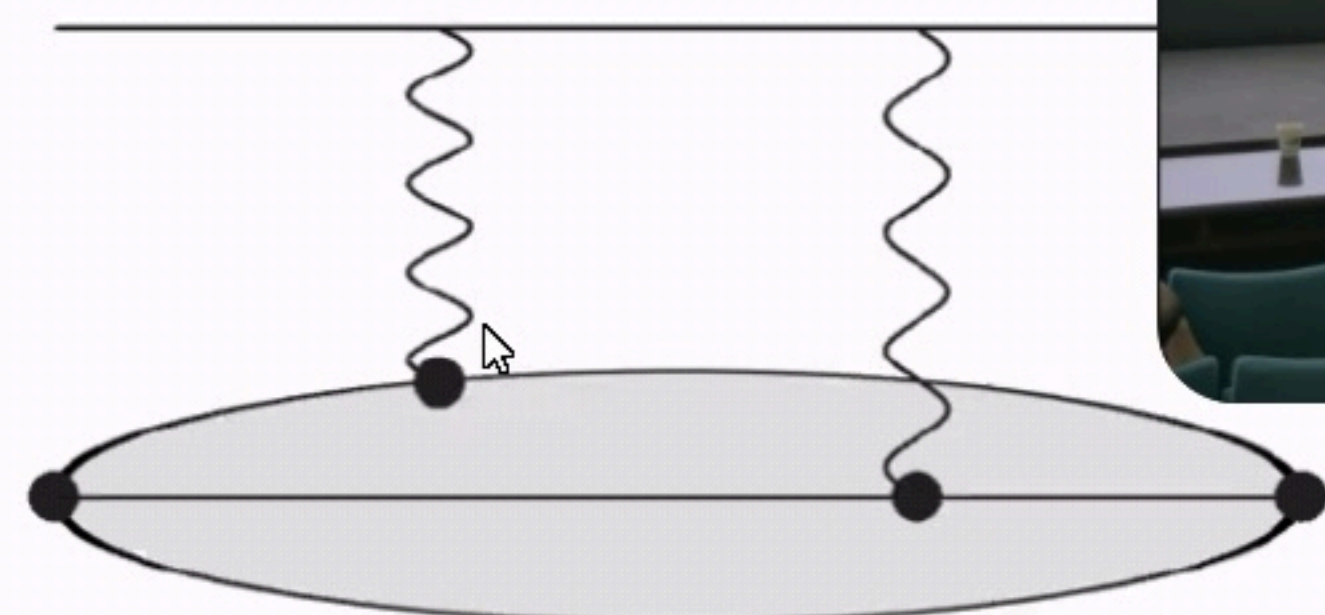
REC



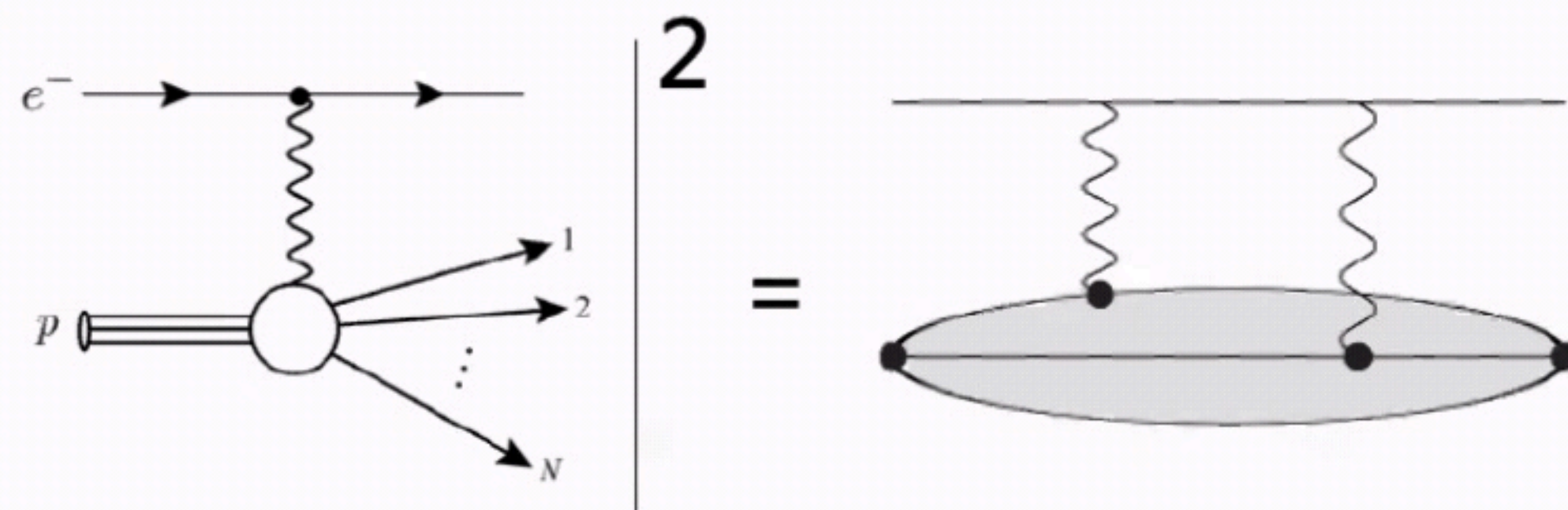
中子贝塔衰变的 $\gamma W$ 圈图



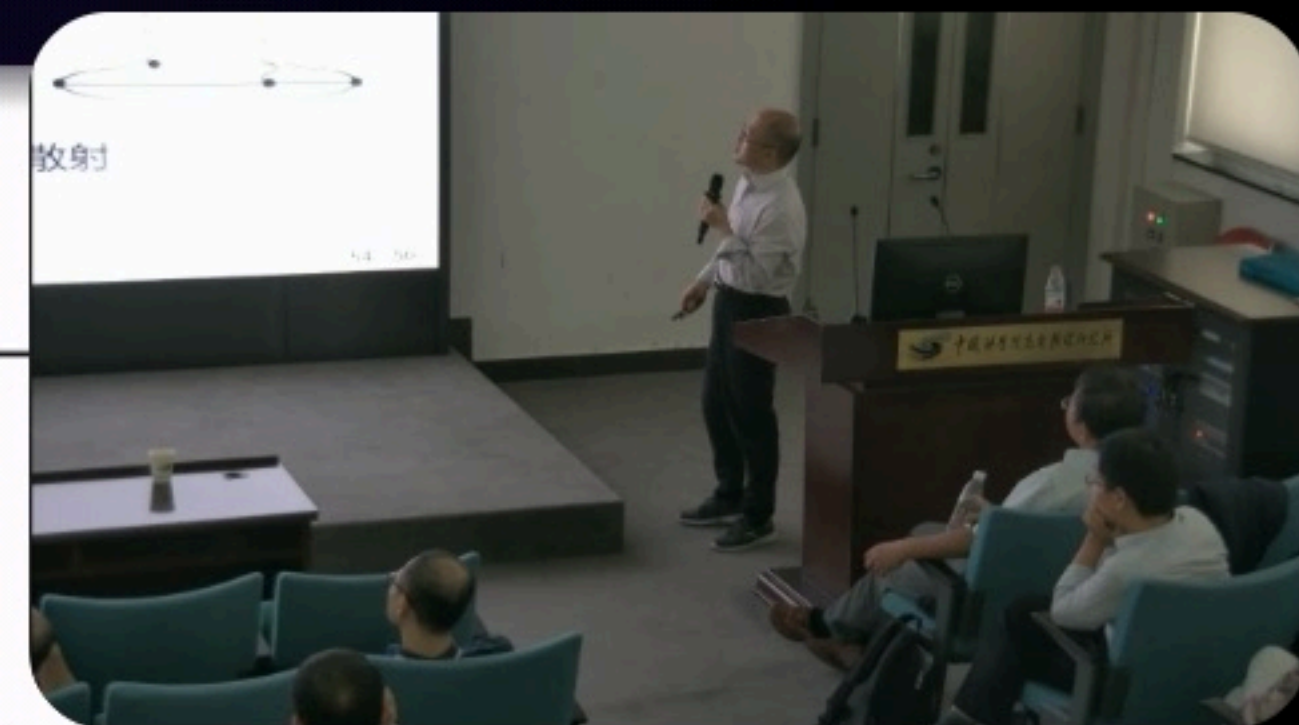
双核子系统无中微子双贝塔衰变



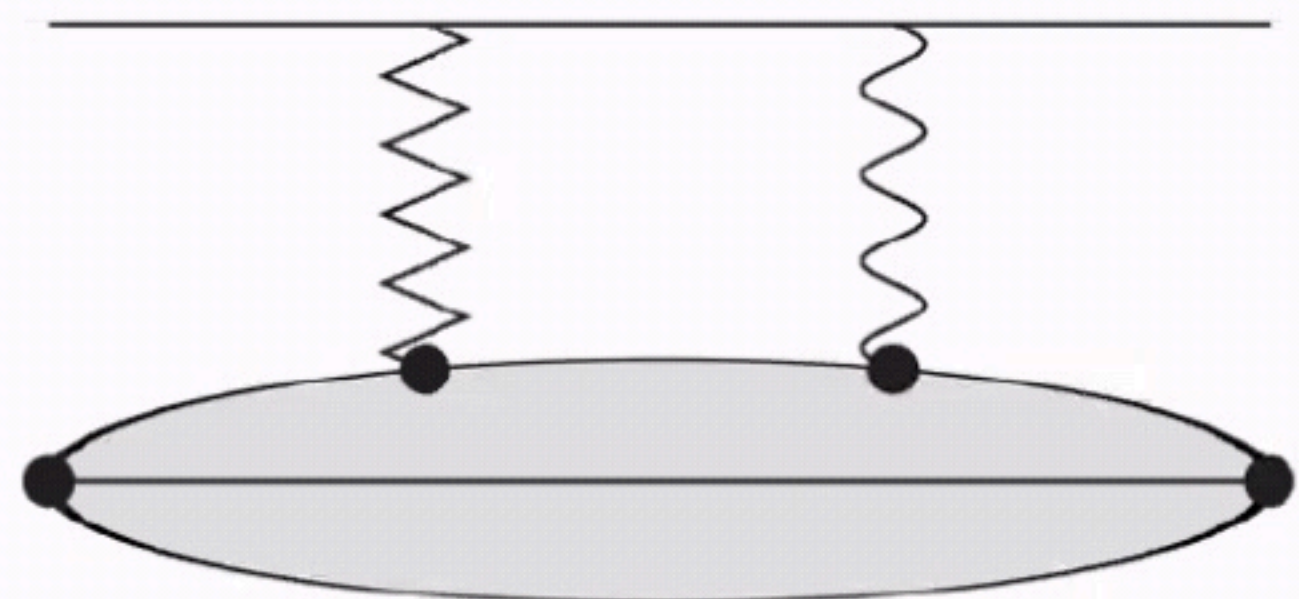
质子大小之谜



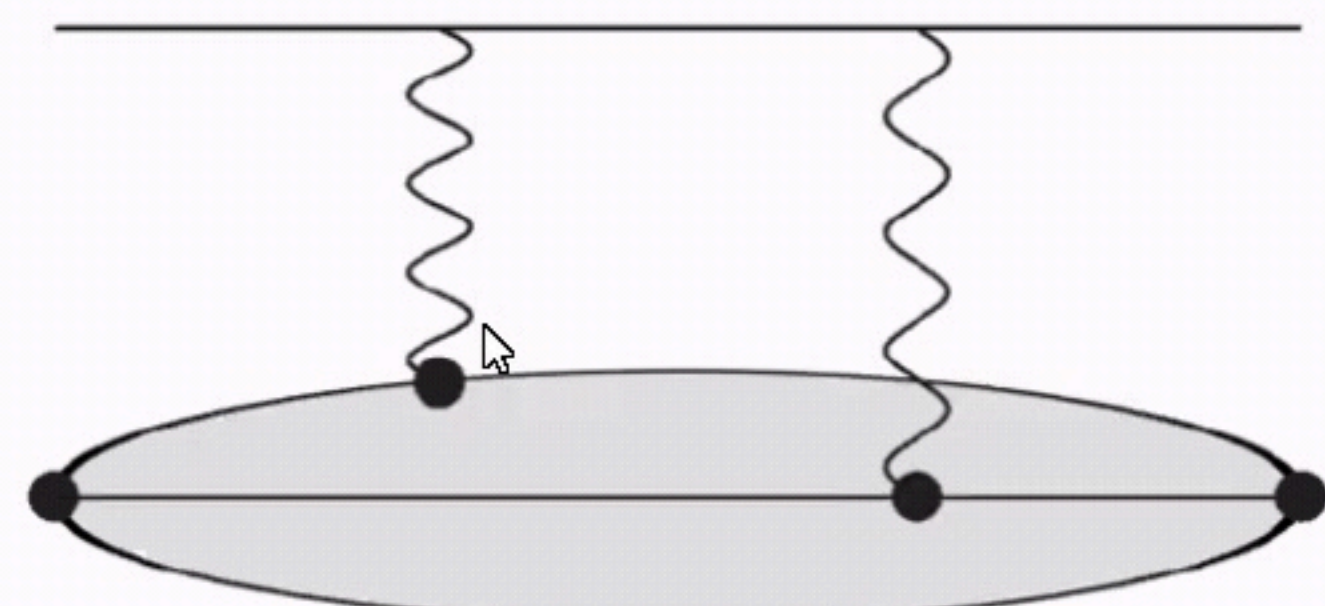
轻子核子散射



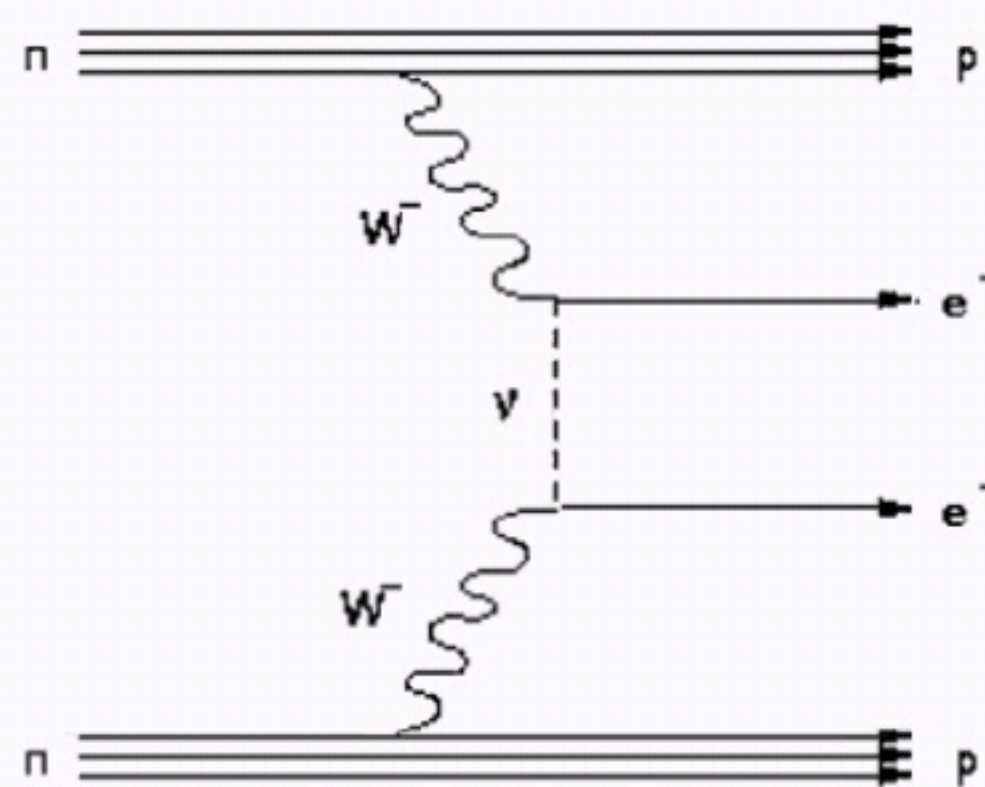
REC



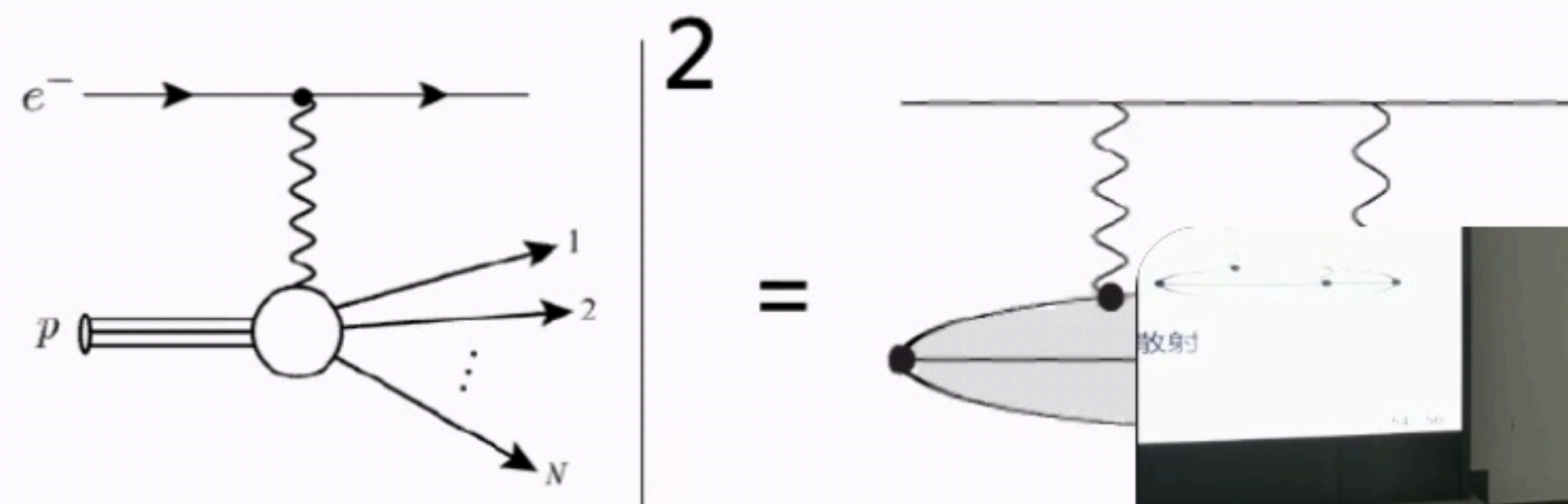
中子贝塔衰变的 $\gamma W$ 圈图



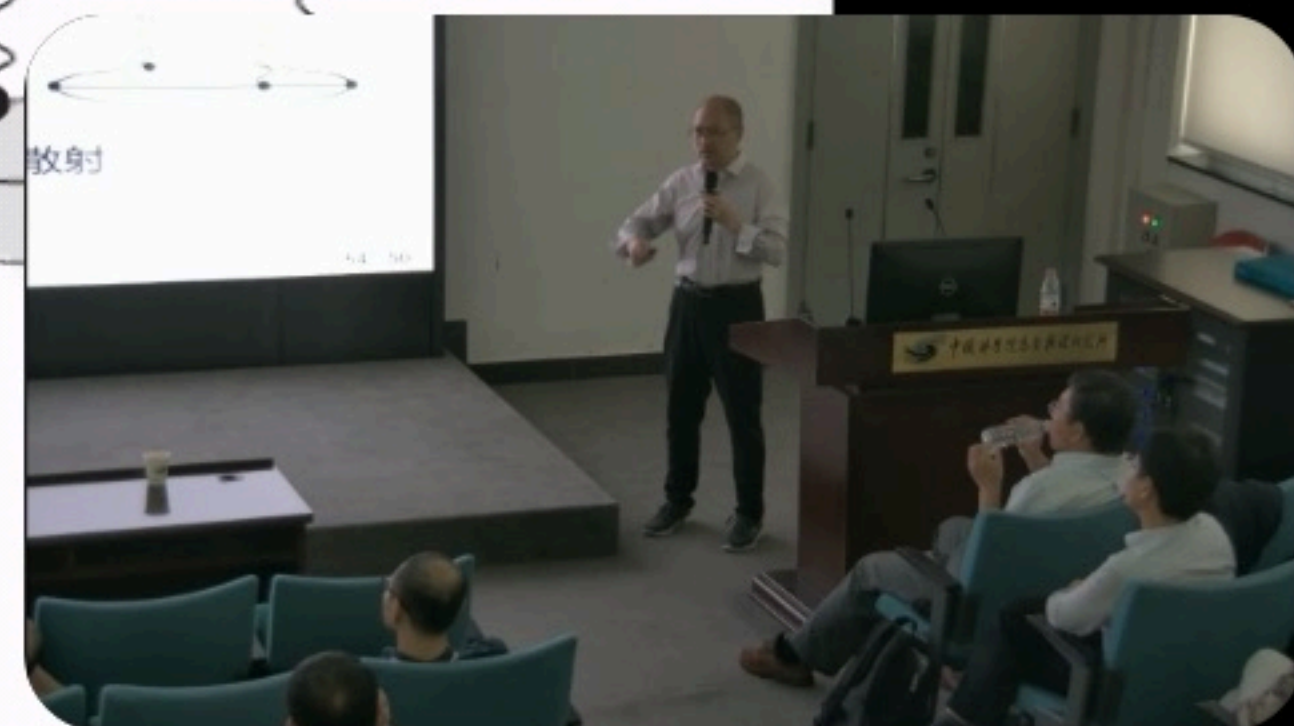
质子大小之谜



双核子系统无中微子双贝塔衰变



轻子核子散射



- 高阶电磁相互作用与pion介子质量差

[XF, L. Jin, PRD100 (2019) 094509]

[XF, L. Jin, M. Riberdy, arXiv:2108.05311]

- 稀有K介子衰变

[Z. Bai, XF, N. Christ, et.al. PRL118 (2017) 252001]

- $\pi$ 、K介子半轻衰变中的光-W玻色子圈图

[XF, M. Gorchtein, L. Jin, P. Ma, C. Seng, PRL124 (2020) 192002]

[P. Ma, XF, M. Gorchtein, L. Jin, C. Seng, PRD103 (2021) 114503]

- 无中微子双贝塔衰变

[XF, L. Jin, X. Tuo, S. Xia, PRL122 (2019) 011301]

[X. Tuo, XF, L. Jin, PRD100 (2019) 094509]

- 缪氢光谱中的双光子交换图

[Y. Fu, XF, L. Jin, C. Lu, paper in preparation]



- 高阶电磁相互作用与pion介子质量差

[XF, L. Jin, PRD100 (2019) 094511]

[XF, L. Jin, M. Riberdy, arXiv:2108.01111]



- 稀有K介子衰变

[Z. Bai, XF, N. Christ, et.al. PRL118 (2017) 252001]

- $\pi$ 、K介子半轻衰变中的光-W玻色子圈图

[XF, M. Gorchtein, L. Jin, P. Ma, C. Seng, PRL124 (2020) 192002]

[P. Ma, XF, M. Gorchtein, L. Jin, C. Seng, PRD103 (2021) 114503]

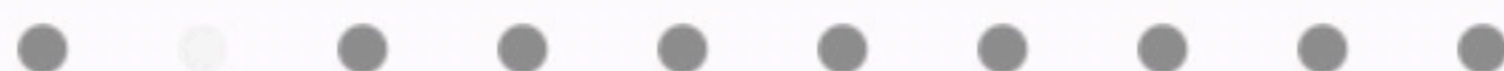
- 无中微子双贝塔衰变

[XF, L. Jin, X. Tuo, S. Xia, PRL122 (2019) 022001]

[X. Tuo, XF, L. Jin, PRD100 (2019) 094511]

- 缪氢光谱中的双光子交换图

[Y. Fu, XF, L. Jin, C. Lu, paper in preparation]



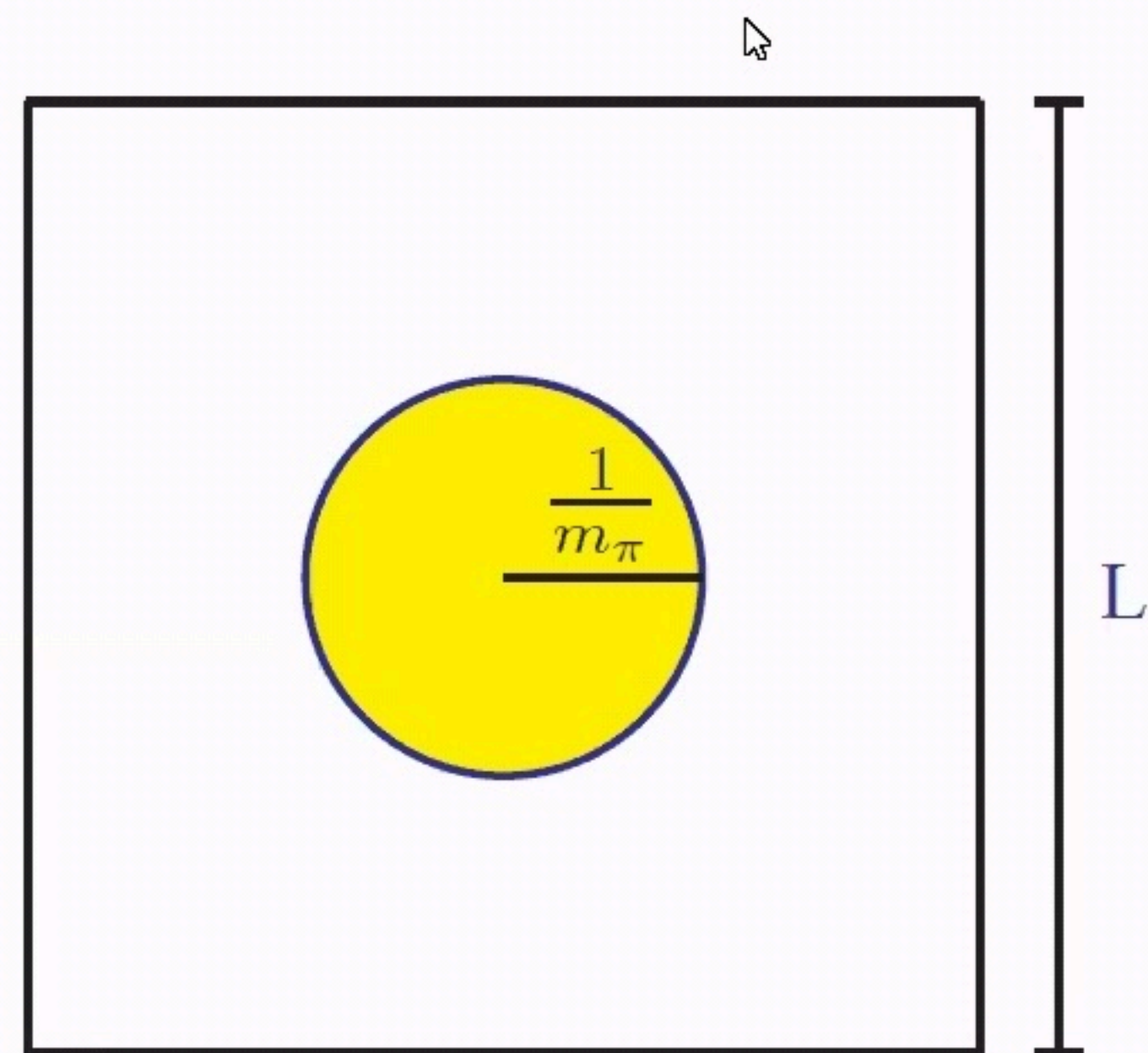
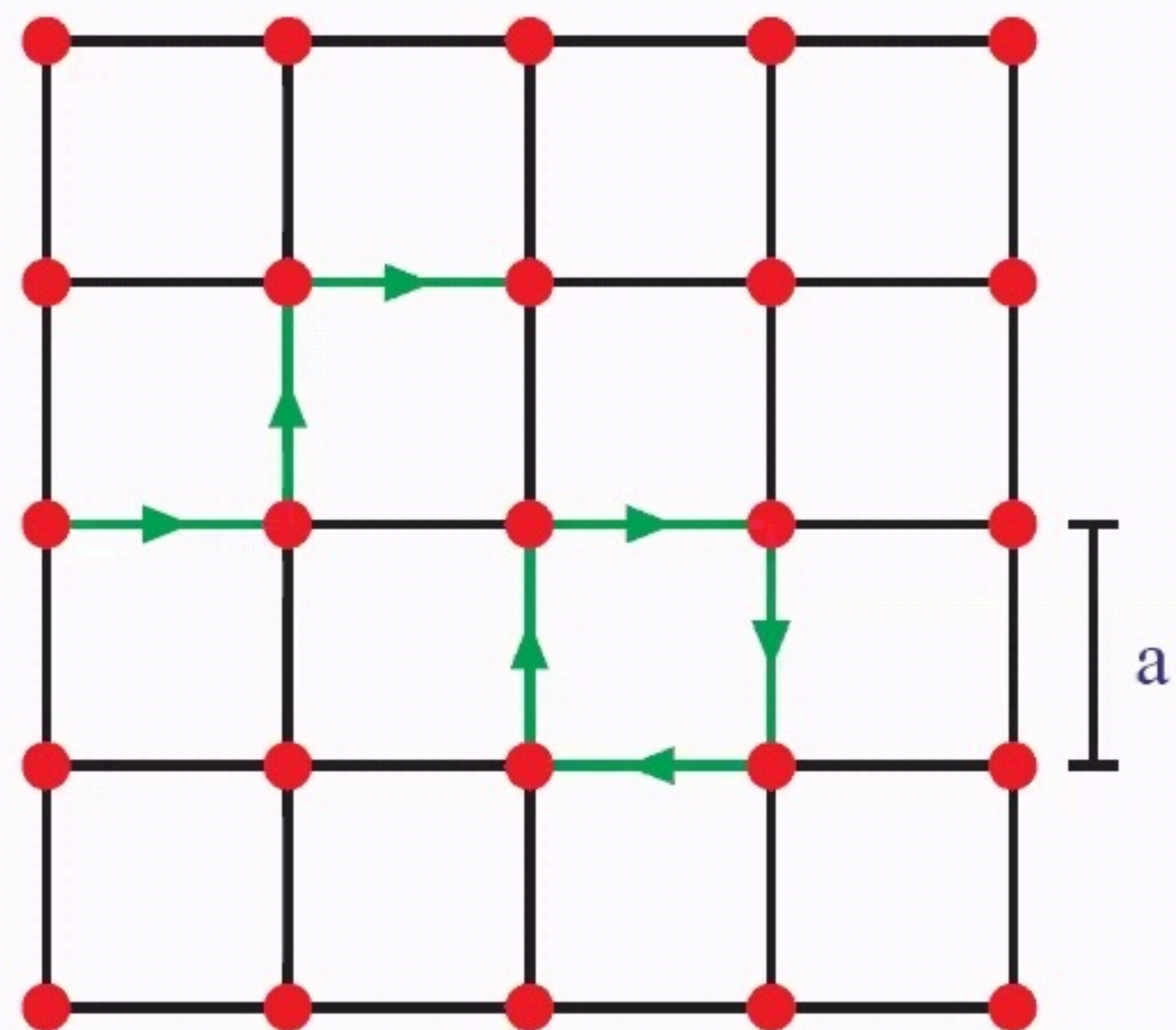


# 格子上的 QCD

● REC

## QCD 格点离散化

- 夸克场位于格点上,  $\psi(x)$ ,  $x_\mu = n_\mu a$
- 胶子场由格点之间的链接来表示  $U_\mu(x) = e^{iagA_\mu(x)}$

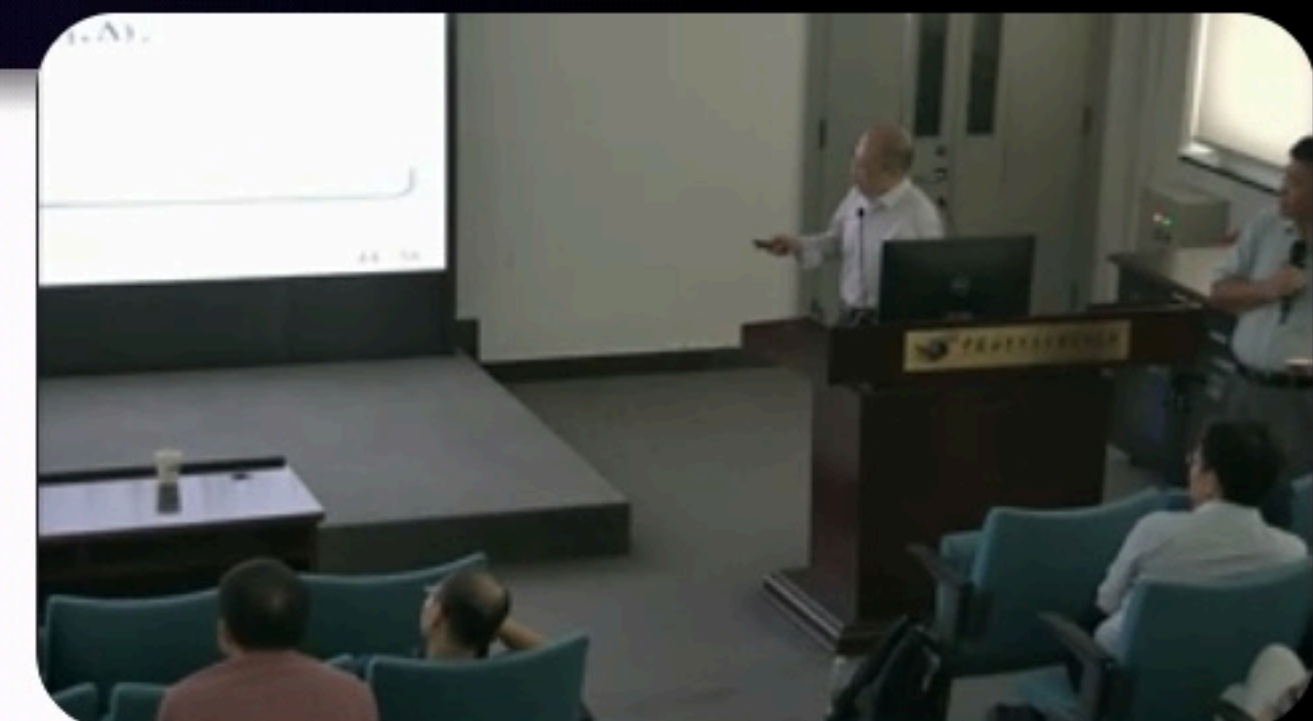


计算机只能模拟有限的自由度  $\Rightarrow$  格距  $a$  不能是无穷小, 格子长度  $L$  不能是无穷大

- 考虑  $32^3 \times 64 \sim 2 \times 10^6$  的时空格点, 路径积分对应于 2 百万维的积分

需要通过蒙特卡洛数值模拟来实现





## 所有便签

### 毕业备忘

首要任务还是做好毕业设计，充分理解相关物理。好好读书，认真学习。大的思路是不留在日本，最好...

### 给普通人的粒子物理学实验入门，你一...

### 把自己作为方法-书摘

代序 重建对话的精神 中国社会四十年来的巨大转型，各个领域涌现出杰出、极富性格的个人，他们...

### 戴锦华 - 豆瓣电影课

海上钢琴师 泼洒的浪漫主义传奇基调。制作年代，1998，20世纪的最后岁月。浪漫主义的-1900 1900...

### 自述

一 我一直想知道瓜皮那天晚上一个人去了哪里。那是18年的京津，A1到天津的第一个晚上，队长是福贵...

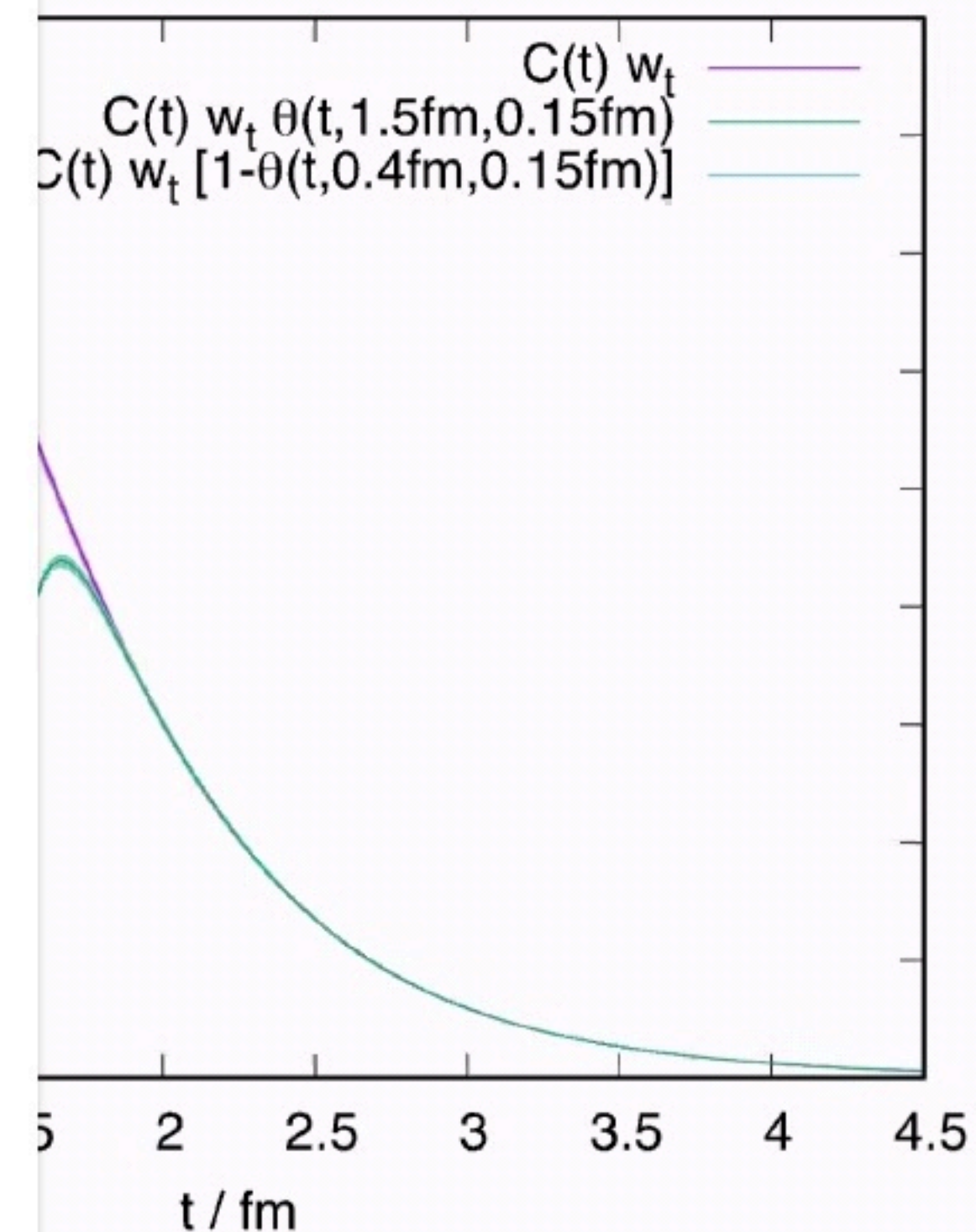
### 类时能区 类空能区

积分后是一样的 不是去扫r

### 在日本、在欧洲生活过的学生，大概会对“...

全球化意味着首先要有一套通用的标准，而这标准，其实就是从美国而来。对于从中国和世界

## R值数据转换到欧氏时空



$$a_{\mu}^{\text{HVP, LO}} = a_{\mu}^{\text{SD}} + a_{\mu}^{\text{W}} + a_{\mu}^{\text{LD}},$$

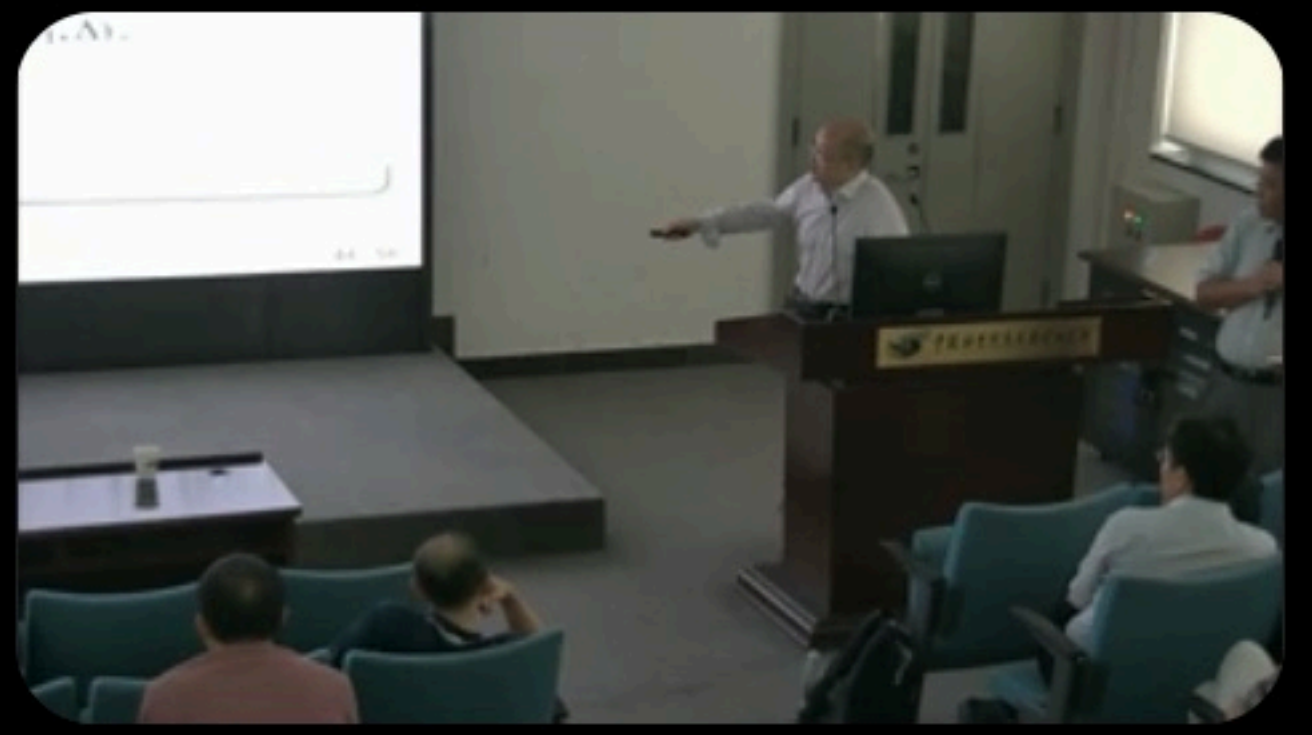
$$a_{\mu}^{\text{SD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [1 - \Theta(x_0, t_0, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{W}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [\Theta(x_0, t_0, \Delta) - \Theta(x_0, t_1, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{LD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) \Theta(x_0, t_1, \Delta),$$

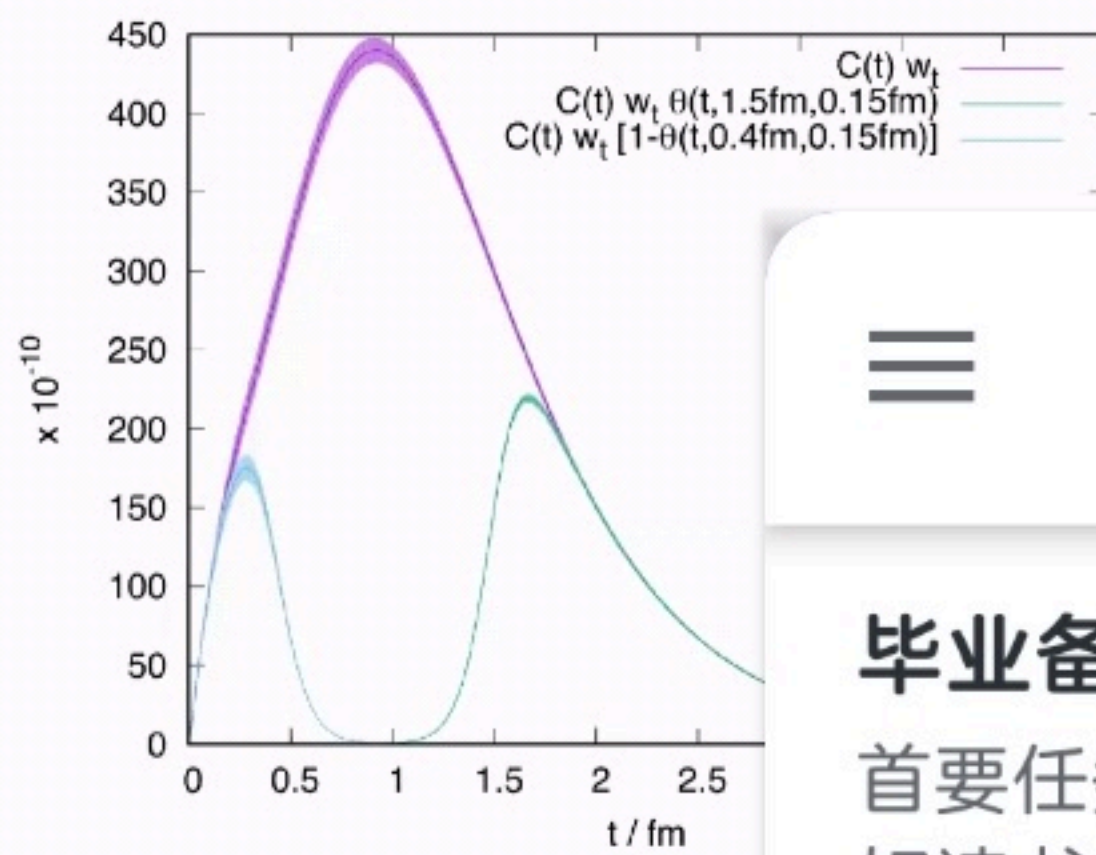
$1 + \tanh[(t - t')/\Delta]/2$  是一个光滑的阶梯函数

R值提供长程和短程的信息，格点数据提供中程信息



### 格点计算+实验数据联合分析

把实验测量得到的R值数据转换到欧氏时空

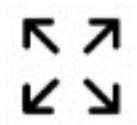


这里  $\Theta(t, t', \Delta) = [1 + \tanh[\dots]]$

R值插



## 所有便签



### 毕业备忘



首要任务还是做好毕业设计，充分理解相关物理。好好读书，认真学习。大的思路是不留在日本，最好...

### 给普通人的粒子物理学实验入门，你一...



### 把自己作为方法-书摘



代序 重建对话的精神 中国社会四十年来的巨大转型，各个领域涌现出杰出、极富性格的个人，他们...

### 戴锦华 - 豆瓣电影课



海上钢琴师 泼洒的浪漫主义传奇基调。制作年代，1998，20世纪的最后岁月。浪漫主义的-1900 1900...

### 自述



一 我一直想知道瓜皮那天晚上一个人去了哪里。那是18年的京津，A1到天津的第一个晚上，队长是福贵...

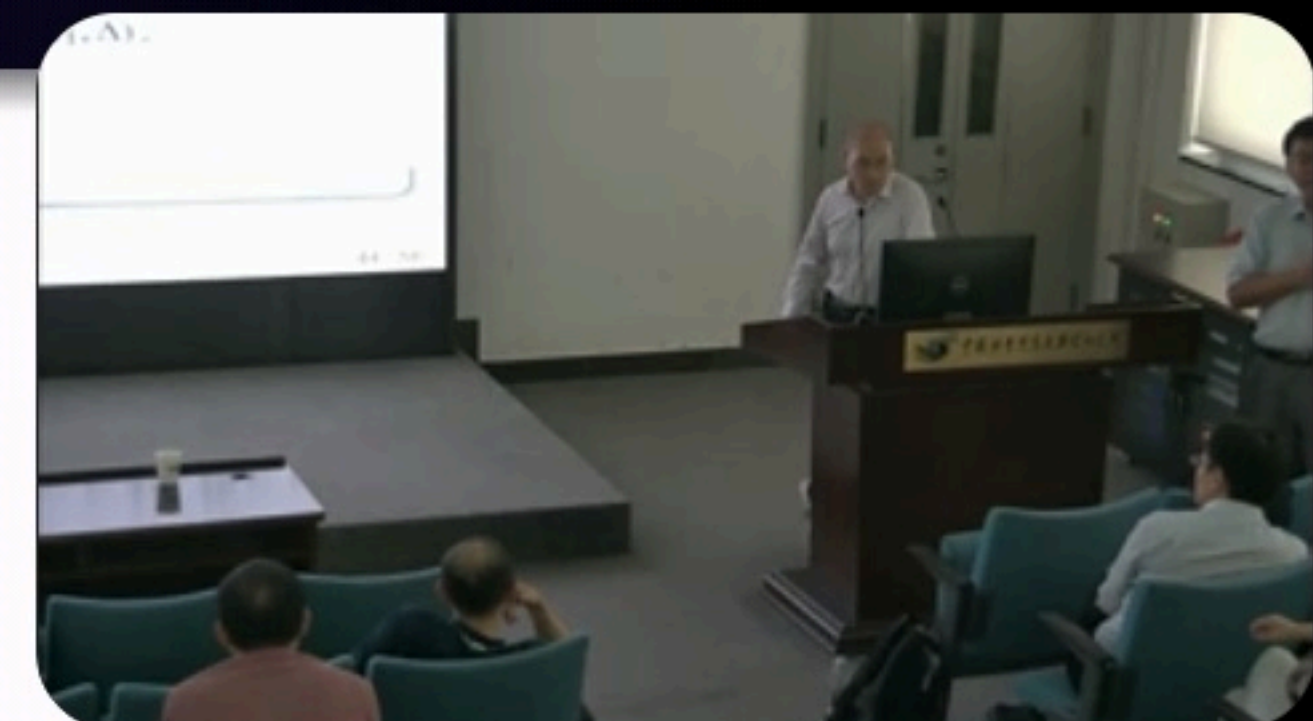
### 类时能区 类空能区

积分后是一样的 不是去扫r

### 在日本、在欧洲生活过的学生，大概会对“...

全球化意味着首先要有一套通用的标准，而这标准，其实就是从美国而来。对于从中国和世界





## 所有便签

### 毕业备忘

首要任务还是做好毕业设计，充分理解相关物理。好好读书，认真学习。大的思路是不留在日本，最好...

### 给普通人的粒子物理学实验入门，你一...

### 把自己作为方法-书摘

代序 重建对话的精神 中国社会四十年来的巨大转型，各个领域涌现出杰出、极富性格的个人，他们...

### 戴锦华 - 豆瓣电影课

海上钢琴师 泼洒的浪漫主义传奇基调。制作年代，1998，20世纪的最后岁月。浪漫主义的-1900 1900...

### 自述

一 我一直想知道瓜皮那天晚上一个人去了哪里。那是18年的京津，A1到天津的第一个晚上，队长是福贵...

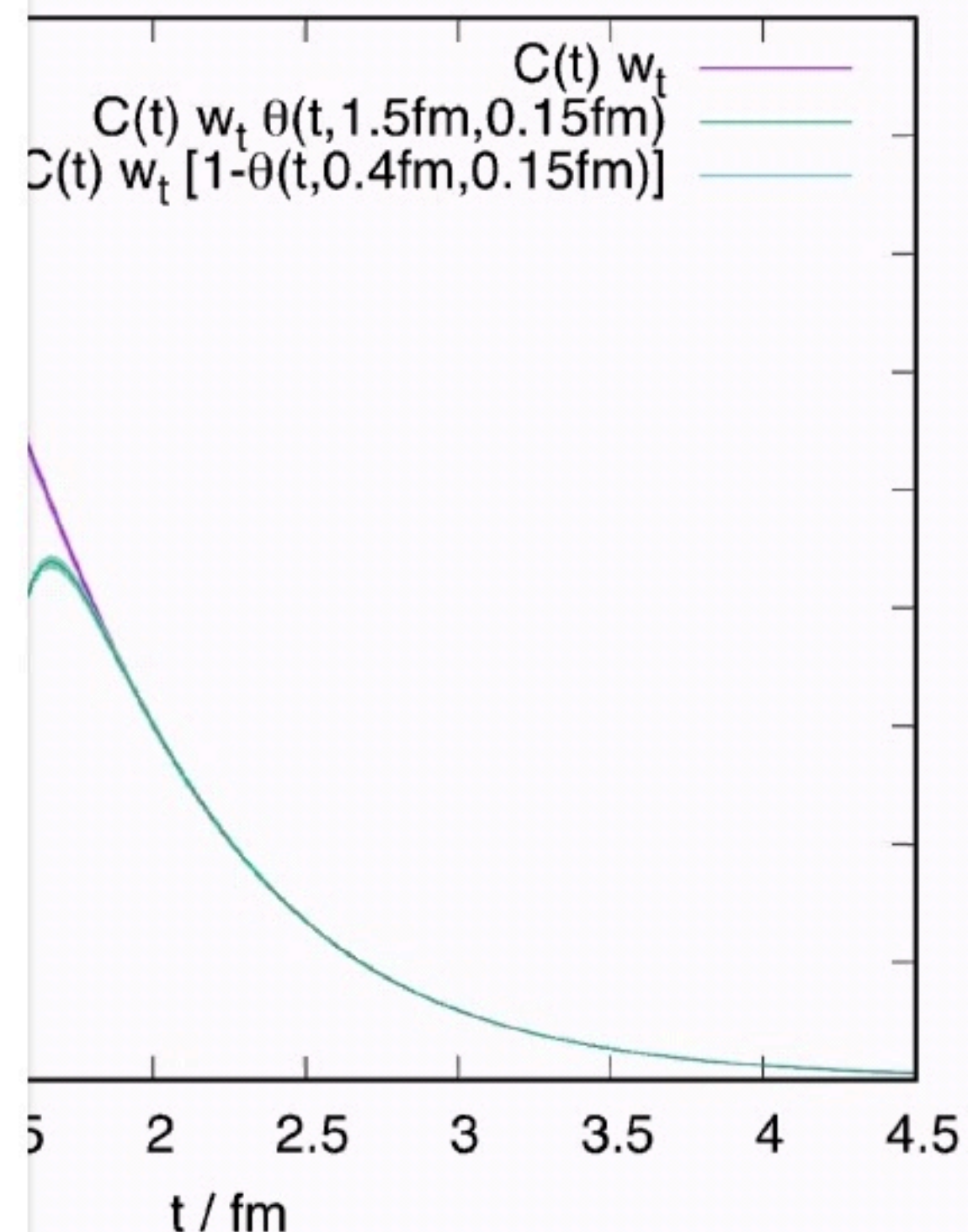
### 类时能区 类空能区

积分后是一样的 不是去扫r

### 在日本、在欧洲生活过的学生，大概会对“...

全球化意味着首先要有一套通用的标准，而这标准，其实就是从美国而来。对于从中国和世界

## R值数据转换到欧氏时空



$$a_{\mu}^{\text{HVP, LO}} = a_{\mu}^{\text{SD}} + a_{\mu}^{\text{W}} + a_{\mu}^{\text{LD}},$$

$$a_{\mu}^{\text{SD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [1 - \Theta(x_0, t_0, \Delta)],$$

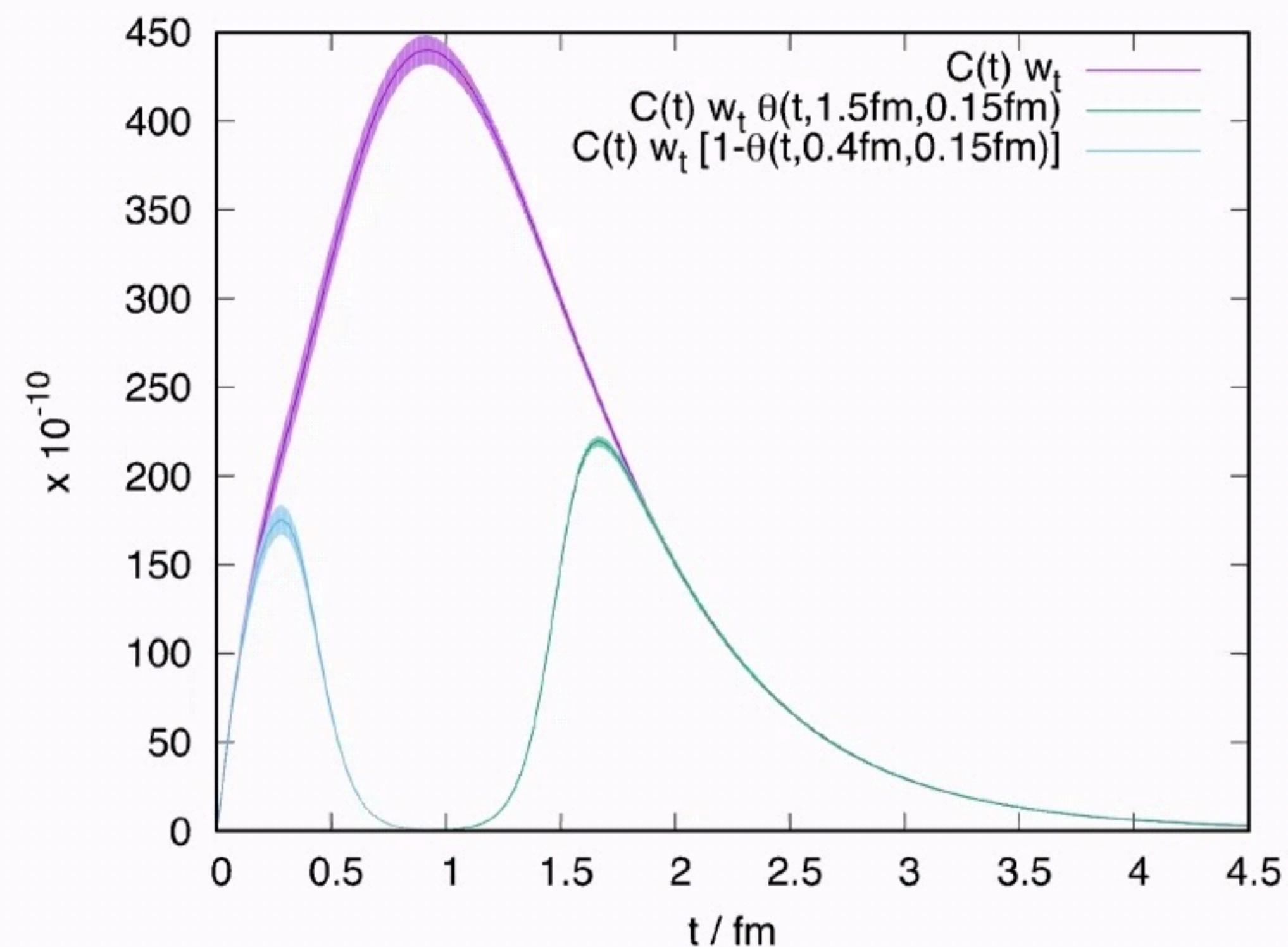
$$a_{\mu}^{\text{W}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [\Theta(x_0, t_0, \Delta) - \Theta(x_0, t_1, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{LD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) \Theta(x_0, t_1, \Delta),$$

$1 + \tanh[(t - t')/\Delta]/2$  是一个光滑的阶梯函数

R值提供长程和短程的信息，格点数据提供中程信息

把实验测量得到的R值数据转换到欧氏时空



$$a_{\mu}^{\text{HVP, LO}} = a_{\mu}^{\text{SD}} + a_{\mu}^{\text{W}} + a_{\mu}^{\text{LD}},$$

$$a_{\mu}^{\text{SD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [1 - \Theta(x_0, t_0, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{W}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [\Theta(x_0, t_0, \Delta) - \Theta(x_0, t_1, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{LD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) \Theta(x_0, t_1, \Delta)$$

这里  $\Theta(t, t', \Delta) = [1 + \tanh[(t - t')/\Delta]]/2$  是一个光滑的阶梯函数

R值提供长程和短程的信息，格点数据提供中程信息

## 所有便签

### 毕业备忘

首要任务还是做好毕业设计，充分理解相关物理。好好读书，认真学习。大的思路是不留在日本，最好...

### 给普通人的粒子物理学实验入门，你一...

### 把自己作为方法-书摘

代序 重建对话的精神 中国社会四十年来的巨大转型，各个领域涌现出杰出、极富性格的个人，他们...

### 戴锦华 - 豆瓣电影课

海上钢琴师 泼洒的浪漫主义传奇基调。制作年代，1998，20世纪的最后岁月。浪漫主义的-1900 1900...

### 自述

一 我一直想知道瓜皮那天晚上一个人去了哪里。那是18年的京津，A1到天津的第一个晚上，队长是福贵...

### 类时能区 类空能区

积分后是一样的 不是去扫r

### 在日本、在欧洲生活过的学生，大概会对“...

全球化意味着首先要有一套通用的标准，而这标准，其实就是从美国而来。对于从中国和世界...

今天的新闻有很多 文明5打到凌晨 睡到